3699 Bibl. Mort
467

<36640852650011

<36640852650011

Bayer. Staatsbibliothek

Statik

der

hölzernen Bogen-Brücken

nach der Construction

des

Königlich-Baierischen Geheimen-Raths
und General-Directors
des Wasser- Brücken- und
Straßen-Baues,
Herrn
Carl Friedrich von Wiebeking,

von

Johann Leonhard Späth,
Königlich-Baierischen Professor der Mathematik
in München.

Mit 1. Kupfertafel.

München,
im Verlag der Fleischmann'schen Buchhandlung.
1811.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Unsere hölzernen Brücken theillten sich bisher in die Joch- oder Bockbrücken, und in die Häng- und Sprengwerke ab! Erstere sind eine Erfindung der Vorzeit; letztere aber konnten erst nachdem die Zimmermannskunst zu besserer Vollkommenheit gediehen war, errichtet werden; und selbst noch in diesen Zeiten wagte man es nicht, Brücken bedeutende Oeffnungen zu geben, weil das statische Setzen ihrer geradlinichten Balken an und für sich schon so bedeutend war, daß man für große Lasten größere Oeffnungen nicht wohl wagen mochte. Man verfiel wohl nachgehends darauf, mit Hängwerken einen Bogen zu verbinden, welcher das Ganze im Verband erhalten sollte; allein man stückelte denselben aus mehreren verzahnten Balkenstücken zusammen, und verfuhr eben so auch mit Brücken, die ganz auf solchen Bogen ruheten, ohne daß man eben deswegen für große Oeffnungen, durch welche allein solche Brücken beym Eisgang ihre Vorzüge vor andern bewähr-

bewähren, etwas weiter wagen durfte. So verblieben dergleichen Brücken immer in sehr begränzten Verhältnissen, bis der Königlich-Baierische Geheime Rath, und General-Director des Wasser-Brücken- und Straßen-Baues, Herr Carl Friedrich von Wiebeking, für die Brückenbau-Kunde Epoche machte; indem Derselbe, in Benützung einer Eigenschaft des gebogenen Holzes, hölzerne Bogenbrücken zu bauen lehrte, deren Oeffnung bey weitem größer als die der bisherigen ist, und sich auf einige hundert Fuße extendiren kann.

Diese Eigenschaft des Holzes bestehet nun darinn, daß ein aufrecht gebogener, an seinen Enden eingespannter Balken bey weitem mehr, als in seinem natürlichen Zustande, und dabey um so mehr trägt, je stärker er gebogen wird.

Auf dieser Eigenschaft der gebogenen Balken, verbunden mit der scharfsinnigsten Zusammenstellung der wesentlichsten Theile der Bogenbrücke durch ihren berühmten Erfinder, beruhet nun einzig die außerordentliche Tragbarkeit der unter Dessen Direction seither erbauten Bogenbrücken, bey einer Oeffnung, die bisher unerhört war; und diese Brücken sind es, ausschließlich anderer, welche ich in dieser Abhandlung statisch erwäge, oder für welche ich eine ihnen anpassende Theorie aufzustellen mich bemühen werde.

Als Erster, welcher sich an dieses große Meisterwerk der Zimmermannskunst wagt, fühlte ich anfänglich das Umfassende meines Unternehmens; ich fühlte

dieß

dieß um so mehr, da mir, nach der Neuheit der Erfindung, für die Tragbarkeit des gebogenen Holzes, alle Data entgehen musten; und ich mich dabey noch aufserdem bald überzeugte, daß die bisher über die elastischen Curven aufgestellten Principien wohl für unendlich dünne Ruthen, nicht aber für so starke und große Balken anwendbar seyn können, wie sie bey Bogen-Brücken verwendet werden.

Nur ein aufmerksames Studium der Beyträge zur Brückenbau-Kunde, München, 1809., in welchen Hr. von Wiebeking einige bisher unter Dessen Direction erbaute und entworfene Bogen-Brücken aufs deutlichste beschreibt, und mit sehr detaillirten Kupfern erläutert, verbunden mit der Anschauung eines solchen colossalischen Körpers, setzte mich in den Stand, mein Vorhaben zu beginnen.

Bekannt mit der statischen Litteratur unserer Zeit, konnten mir ferner die wichtigen Girardschen Versuche über die Kräfte, durch welche Balken gekrümmet werden, nicht entgehen! Da aber bey denselben die Balken viel zu wenig gebogen wurden, als daß sich eine sichere Anwendung davon auf die immer sehr stark gekrümmten Balken einer Bogenbrücke hätte machen lassen, so fand ich dagegen in den Büffonschen, und insbesondere in den schätzbarsten Versuchen, welche Hr. von Wiebeking selbst, auf dem Bauhofe in München angestellt, und in der Brückenbau-Kunde ausführlich beschrieben hat, um so bessere und zweckmäßigere Anhalt-Puncte.

Diese nun möglichst zu benutzen, construirte ich zuvörderst die Krümmungs-Scalen derselben, und entdeckte auf diesem Wege, daß starke Biegungen nicht mehr den biegenden Kräften proportional seyen, wie man seither angenommen hatte, sondern daß dieselbe logistisch mit den biegenden Kräften zunehmen; und machte von dieser Entdeckung sogleich nützliche Anwendung, für die Vergleichung physicalischer Eigenschaften des Holzes, wozu man bisher die Wege nicht kannte. Eben so construirte ich auch nach denselben eine neue Formel für die brechende Kraft des Holzes, die vor der bisher bekannten den Vorzug hat, daß sie der Erfahrung näher entsprechende Resultate gewähret.

Wenn nun auch durch diese erste Anwendung jener Versuche des Hrn. von Wiebeking, das Gebiet der Statik eine nützliche Erweiterung findet; so sind außerdem die übrigen Folgerungen, welche ich aus denselben in Verbindung mit andern Principien der Statik deducirte, für diese Wissenschaft um so wichtiger! Denn sie veranlaßten mit diesen die Construction der bisher unbekannten Biegungs-Function, und mit derselben in Zuziehung anderer auf verschiedenen Werkplätzen der Monarchie mit gekrümmten Balken angestellten, in der Brückenbau-Kunde beschriebenen Versuchen, auch die endliche Entwickelung der Function der Tragbarkeit der hölzernen Bogen-Brücken selbst, mit allen den umfassenden Anwendungen, welche man, rücksichtlich der besten Con-

Construction solcher Brücken, nach derselben machen kann.

Ich habe endlich die bearbeitete Theorie nach Möglichkeit für die Construction der Bogenbrücken anwendbar zu machen, die Principien im 18ten §phen zusammengestellt, nach welchen der Bau einer solchen Brücke ganz dem Locale angemessen, und die Brücke, in ihren Curven und übrigen wesentlichsten Theilen dargestellt, gefertigt werden kann, daß ihre Tragbarkeit immer die größte werden muß, welche sie nach ihrer Oeffnung und Höhe, und nach ihrer Balkenstärke und Krümmung derselben ihres Orts erhalten kann.

Dem Angeführten zufolge war also das Verfahren, welches ich für die Begründung meiner Theorie über die Tragbarkeit der hölzernen Bogenbrücken einschlug, keineswegs theoretisch speculativ; es war vielmehr statt dessen ganz auf Versuche fundirt, welche im Großen angestellt waren, und eine geläuterte Theorie der Statik half dieselbe nur zu dem großen Ganzen verbinden, das wir in solchen Meisterwerken der Kunst bewundern. Es stimmen daher auch die Resultate meiner Berechnungen mit den Erfahrungs-Maximen, welche Hr. von Wiebeking von Seinen bisher erbauten Brücken in der Brückenbau-Kunde bekannt machte, so genau zusammen, als nach den wenigen Datis, von welchen ich ausgehen konnte, nur immer zu erwarten war; und die aus denselben abstrahirten Principien für die beste Construction solcher Brücken congruiren ganz mit jenen, welche Derselbe nach der

Erfahrung für dieselbe aufstellet. Doch ist deswegen nichts destoweniger zu wünschen, daß solche Versuche, wie jener bey der Vilshofer Brücke mit den eingespannten gekrümmten Balken vorgenommen worden, öfters wiederholt, und bekannt gemacht würden; weil die Wahrheit der Sache sich durch die Mehrheit der Versuche um so besser bewähret; insbesondere bey einer Substanz, die wie das Holz, in ihrer Natur und in ihren Eigenschaften so große Verschiedenheit nach Umständen zeiget.

Sollte diese Abhandlung Beyfall der Kenner finden, so werde ich in der Folge auch unsere Häng- und Sprengwerke statisch betrachten; und die Statik derselben auch auf die eisernen Brücken anwenden, welche unter die neuesten Erfindungen unserer Zeit gehören. München, den 1. Merz 1811.

Johann Leonhard Späth.

Inhalts-

Inhalts-Anzeige.

Einleitung.

Seite

§. 1. Physicalische Betrachtungen über die Natur des Holzes. 1

Vorläufige allgemeine Betrachtungen. . . . ibid.

Die Biegsamkeit einer Holzart. 5

§. 2. Verhältniß der Biegung vierkanntiger Balken zur biegenden Kraft. 9

Wenn die Balken einerley Dimensionen haben. . ibid.

Tabelle I. Balken von 5 Zoll im Quadrat. . . . 12

Wenn die Balken einerley Stärke, aber verschiedene Längen haben. 22

Krümmungs-Function vierkanntiger Balken. . . 28

Tabelle II. Balken von 5 Zoll. Balken von 8 Zoll. 33

§. 3. Die größte Biegung eines Balkens. . . . 37

Für die Länge der Balken von 50 Fußen. . . 40

§. 4. Reaction eines gebogenen Balkens. . . . 42

§. 5. Function der natürlichen Tragbarkeit eines Balkens. 49

Tabelle III. Dicke im Quadrat. 51

§. 6. Tragbarkeit vierkanntiger Balken in gespanntem Zustande. 54

§. 7.

Seite

§. 7. Function der Tragbarkeit hölzerner Brückenbögen. 63

Größte Tragbarkeit eines Normal-Bogens. . . ibid.

Zusammenstellung der Tragbarkeit der Brückenbögen mit dem Normal-Bogen. 65

Tabelle IV. Für die Stabilität oder Tragbarkeit fichtener Brückenbögen. 66

§. 8. Die hölzerne Bogenbrücke nach ihren wesentlichsten Theilen. 68

Die Brücke mit mehrern Oeffnungen. . . . 74

§. 9. Die Last einer hölzernen Bogenbrücke. . . 75

Cubischer Inhalt der Curven der Brücke. . . 77

Inhalt der Querhölzer der Brücke. . . . 78

Der Fahrgang der Brücke. 78

Das Eisenwerk der Brücke. 79

§. 10. Der Diagonalbogen einer Bogenbrücke. . . 81

§. 11. Resistenz der hölzernen Bogenbrücke gegen den Sturm. 83

Das Ausbiegen der Brücke aus ihrer Vertical-Ebene. ibid.

Der Dienst des Diagonalbogens und der Zugstreben. 86

§. 12. Das Setzen einer hölzernen Bogenbrücke. . . 92

Das Setzen eines freyen oder unbelasteten Brückenbogens durch seine Gravitation. 93

Senkung eines Bogens, wenn ihn eine äußere Last in seinem Scheitel drücket. 96

Das Setzen einer hölzernen Bogenbrücke im Ganzen. 101

Das Setzen einer hölzernen Bogenbrücke durch ihre Bekiesung. 115

§. 13. Einfluß der technischen Construction der Brücke auf ihr Setzen. 117

Seite

§. 14. Der Seitendruck einer Brücke gegen ihre Widerlager. 126

Wenn die Brücke nach einem ihrer Widerlager wuchtet. ibid.

Seitendruck der Brücke durch ihr Setzen. . . 131

§. 15. Statik der Widerlager hölzerner Bogenbrücken. . 132

Resistenz der Widerlager und Joche. . . . ibid.

Resistenz der Pfeiler. 134

Resistenz der Brücken-Joche. 137

Die Hebung der Brücke durch das Weichen ihrer Joche. 142

Die Aufstauung des Flußes durch die Pfeiler und Joche. 143

Wirkung des Eisganges auf die Bogenbrücke. . . 146

§. 16. Function der Tragbarkeit einer hölzernen Bogenbrücke. 148

Reaction des Fahrganges der Brücke. . . . ibid.

Deformation der Brücke, durch eine sie vorne oder hinten biegende Last. 154

Specifische oder relative Tragbarkeit hölzerner Bogenbrücken. 162

Absolute Tragbarkeit hölzerner Bogenbrücken . . 167

§. 17. Die Oscillation der hölzernen Bogenbrücke. . 169

§. 18. Combination der Umstände, auf welche sich der Bau einer hölzernen Bogenbrücke fundiret, wenn diese die größte Tragbarkeit erhalten soll, welche sie ihres Orts erhalten kann. 175

Vorläufige Bestimmungen rücksichtlich der Widerlager und der Höhe der Brücke. . . . . ibid.

Den Krümmungs-Halbmesser der Brückenbögen zu bestimmen. 177

Den Center-Winkel der Brückenbögen und die Krümmungs-Ordinate ihrer Balken zu finden. . . 179

Erwä.

Seite

Erwägungen wegen der Wahl der Balken für die Curven der Brückenbögen. 181

Die Zahl der Curven zu bestimmen, welche man bey einem Brückenbogen auf einander spannen muß, wenn der Bogen eine bestimmte Tragbarkeit erhalten soll. 184

Eintheilung der Brückenbögen in ihre Schwellenfelder. 188

Vorrichtungen an der Brücke gegen das technische Setzen derselben. 189

Rücksichten wegen der Last des Fahrganges der Brücke. 190

Bestimmung der Sehnen der Bögen, für Brücken von mehrern Oeffnungen. 193

Einlei-

Einleitung.

§. 1.

Physicalische Betrachtungen über die Natur des Holzes.

Vorläufige allgemeine Betrachtungen.

I. Indem ich hier statische Betrachtungen über Brücken anstelle, abstrahire ich von steinernen und eisernen Brükken: ich habe daher hier nur hölzerne Brücken zu betrachten, die bekanntlich nach ihrer Bauart entweder Joch- oder Bockbrücken, Häng- oder Sprengbrükken, oder auch Bogenbrücken sind.

Das Holz ist also neben dem Eisen und anderem Materiale, welches zu solchen Brücken verwendet wird, ihr wesentlichstes Material oder ihre Hauptsubstanz; und wird bey ihnen als Balkenstücke oder Bauholz, und als Blockholz vierkanntig zugehauen, oder auch in Dielen geschnitten, hauptsächlich verwendet.

Nach der Ansicht, die ich mir über physicalische Körper überhaupt, und insbesondere über die Waldbäume seither abgenommen, und in meinen forstlichen Schriften aufgestellt habe, bestehet aber das Holz aus festen und flüssigen, ihm angestammten oder eigenen, und neben diesen aus seiner Substanz incolirenden oder eingesogenen nassen, luftartigen und mineralischen Stoffen.

a. Unter diesen sind nach meiner Ansicht der Sachen die festen Stoffe des Holzes von Natur fadenartig gestaltet; es haben diese Elementarfäden für jede Holzart eine angestammte Länge und Stärke, und sind dabey mit ablangen Wärmehüllen ganz umgeben, die noch um so mehr Elasticität äußern, je dichter sie von Natur angelegt sind.

Die flüssigen, jeder Holzart eigenen, oder ihre ursaftigen Stoffe sind eben so mit einer Wärmehülle umgeben; und dabey in ihrer Art für gewisse Holzarten saurer und alcalischer Natur; für andere aber, wie z. E. für unsere Nadelhölzer, oelicht- und harzichter Natur; während die wässerichten, luftartigen und sonst eingesogenen Stoffe allen gemein sind. Auch diese Stoffe sind, so wie die ursaftigen Stoffe einer Holzart, in ihre elastisch flüssige Hüllen eingehüllet; und es hängt ihre Elasticität dabey von der Dichte der Hüllen und ihrer Natur ab.

Dabey hat nun jeder feste und flüssige Stoff des Holzes eine von Natur angestammte Kraft oder Vermögen, nach allen Seiten rings um sich herum innerhalb einem gewissen Wirkungsraum durch Anziehung sich activ zu ziehen: es hält nach diesem Vermögen jeder zunächst seine Hülle an sich, während diese durch ihre Elasticität sich von ihm zu trennen strebet; es wirket der Stoff durch diese hindurch auf andere, die in seinen Wirkungsraum kommen, durch Anziehung; er ziehet dieselbe um so stärker an sich, je näher sie ihm kommen.

Dieses Vermögen der Stoffe ist erstes Motiv der Zersetzung der Hüllen der von dem Baum zwischen seiner Rinde und Safthaut aufgeleiteten, und sonst durch seine Rinde eingesogenen Stoffe.

Es tretten nach demselben, während des Wachsthums-Processes des Baums, die afficirten Stoffe in eine

eine der Säure mit Alcali ähnliche Verbindung; es fügen sich dabey die elementarischen Fäden mit den Resten ihrer Hüllen in eine bindelartige Form, nach welcher sich das Fibern-System des Holzes constituirt; es tretten die ursaftigen Stoffe zwischen diese hinein, während die incolirenden Stoffe die Zwischenräume ausfüllen: es verwendet dabey jeder feste und flüssige Stoff jenen Theil seiner Anziehung auf die Anziehung seiner benachbarten Stoffe, in so weit er dieselbe nach ihrem Abstand auf sie verwenden kann; und es constituirt sich dadurch insbesondere durch die wechselseitige Anziehung der Fäden zur Seite ihre Lateral-Cohärenz, und durch die Anziehung ihrer Enden ihre filare Cohärenz, wodurch sich die fadenartige Form der Fibern herstellet.

Je feiner nun von Natur die festen und ursaftigen Stoffe einer Holzart, und je größer ihre angestammten Kräfte sind, um so stärker konnten sich in ihrer Wachsthumszeit ihre Hüllen unter einander wechselseitig zersetzen, und die Stoffe dadurch selbst sich um so näher kommen: es konnten sich die Stoffe dabey noch um so näher kommen, je günstiger nach dem Locale des wachsenden Baums die Vorgänge seines Wachsthums-Processes sich folgen, und je weniger fremdartige, gröbere, oder nach ihrer Figur zwischen die übrigen nicht passende Stoffe dazwischen tretten, und je feiner und weniger die Luftröhren sind, welche in dem Holze durch die Continuität des Aufsteigens bey dem Wachsthum sich abscheidender zersetzter Stoffe sich bilden; oder die Holzart muste nach diesen Umständen um so dichter von Natur ausfallen.

Die Dichte einer Holzart ist daher in nächster Beziehung mit der Feinheit und den angestammten Kräften ihrer festen, ursaftigen und übrigen fremdartigen und incolirenden Stoffe, mit der Menge und Weite ihrer Poren oder Luftröhren, und mit ihrem Wachsthums-Locale.

Kann das Holz eingesogene, oder ihm incolirende Stoffe seines Orts verdünsten, so schwindet es in seinem Volumen um den Raum der verlohrnen Stoffe ein, und wird dadurch als ausgetrocknetes um so dichter.

Wirken zwey Kräfte auf die Enden des Holzes nach entgegengesetzten Richtungen, jedoch parallel mit seinen Fibern, so dehnen diese Kräfte die Enden der Fäden, aus deren Continuität sich die Fibern constituiren, in so weit in größere Abstände, als sie die Cohärenz ihrer Enden oder ihre filare Cohärenz überwuchten können; sie reissen das Holz der Länge nach ab, wenn sie so groß sind, daß sie die Abstände der Enden der Fäden in dem ganzen senkrechten Querschnitt des Holzes in Abstände dehnen können, die größer als die Wirkungsweiten ihrer Ziehkräfte sind.

Werden die Enden der Fäden in größere Abstände gedehnt, so werden auch ihre Hüllen in so weit länger, und schwinden deswegen nach ihrer breiten Seite ein, oder sie werden schmäler, und der Querschnitt des Holzes schwindet deswegen um das Integrale der Schmälerungen seiner sämmtlichen Hüllen ein, ehe er abreisset.

Dieses Einschwinden ist daher um so größer, je leichter sich die Abstände der Enden der Fäden dehnen lassen, oder je geringer die Ziehkräfte derselben, und je größer an und für sich ihre natürlichen Abstände sind; es ist dabey noch um so größer, je stärker sich die Hüllen nach ihrer natürlichen Weiche zusammendrücken lassen; und je mehr das Holz andere ihm incolirende Stoffe in sich hat, welche bey seinem Schwinden aus ihm ausgepreßt werden.

Die Kraft, welche das Holz, oder ein vierkanntiges gleichstarkes Balkenstück, nach der Länge abzureissen vermag, oder die sogenannte absolute Feste des Holzes, ist daher immer in Beziehung mit der bestehenden Dichte der

der Holzart, mit den Kräften und Abständen ihrer eigenen Grundstoffe, und der Weiche ihrer Hüllen, so wie mit der Menge der eingesogenen oder incolirenden Stoffe.

Auf jeden Fall aber verhalten sich die absoluten Festigkeiten zweyer Holzarten, wie die Gewichte, durch welche gleiche Querschnitte derselben, z. E. ein Quadrat-Zoll abgerissen wird.

Die Biegsamkeit einer Holzart.

II. Ist der vierkanntig gleich stark zugehauene Balken an dem einen Ende feste gemacht, oder ruhet er zur Hälfte auf einer oder mehreren Unterlagen, während auf sein anderes Ende eine Kraft senkrecht drücket, so dehnet diese Kraft die Abstände der Enden der Fäden auf ihrer Seite, und schiebet die Enden der Fäden auf der ihr entgegengesetzten Seite in so weit einander näher, als sie die filare Cohärenz der erstern, und die Elasticität der Hüllen der letztern überwuchten mag, und bieget dadurch den Balken von seiner vorigen geradlinichten Richtung ab; sie beginnet denselben abzubrechen, wenn sie die Fäden der äußersten Schicht der gekrümmten Seite eines Querschnitts in Abstände dehnet, die größer als die Wirkungsweiten der Ziehkräfte seiner Fäden sind.

Bey dem Biegen des Balkens werden daher die Fäden seiner gekrümmten Seite gedehnt, und auf seiner hohlen Seite gleichzeitig einander näher gebracht; es bestehet daher in dem Balken eine Schicht, von welcher aus dieser Wechsel beginnet; die deswegen am nächsten in ihren vorigen Umständen verbleibet, und deswegen als seine Indifferenz-Schicht angesehen werden kann.

a. Von dieser Schicht an nimmt nun auf der gekrümmten Seite des Balkens die Dehnung der Abstände der Fäden und auf seiner hohlen Seite, die Zusammen-

 schiebung

schiebung derselben, mit dem Abstand der Schichten von jener immer mehr und mehr zu; es macht dabey auf erstere Seite, die der Indifferenzschicht nähere, der zunächst auf sie folgenden, gleichsam ein Unterlager, auf welche sie nach dem Ueberschuß der Kraft, um welche sie stärker als die unterliegende gedrückt wird, sich aufleget; sie drückt nach diesem Ueberschuß ihre Hüllen auf ihr um so breiter, und treibet oder presset die ihr incolirenden Stoffe in so weit aus, als ihr Druck deren Cohärenz mit den übrigen Stöffen überwuchten mag; sie kommt der unterliegenden um so näher, und leget sich auf sie um so dichter, je mehr der incolirenden Stoffe sie aus ihrer eigenen Substanz, und aus der ihr unterliegenden Schicht auspressen kann.

Da dieses nun mit sämmtlich gedehnten Schichten der gekrümmten Seite des Balkens gleichzeitig vorgehet, so dehnet sich an derselben der Balken in seiner Breite im Ganzen und im Detail in seinen Schichten um so mehr aus, oder er wird um so breiter, je mehr diese nach ihrem Abstand von der Indifferenzschicht gedehnet werden, und je größer die biegende Kraft ist; er schwindet dagegen in seiner hohen Kannte um so mehr ein, je dichter sich seine Schichten auf einander legen, und je mehr sie die ihnen incolirende Stoffe auspressen; oder er verliert um so mehr an seiner Höhe.

Eben so ändern gleichzeitig auch die Hüllen der Schichten der hohlen Seite des Balkens ihre Breite um so mehr, je mehr ihre Scheitel, nach dem Abstand der Schichten, von der Indifferenzschicht zusammengedrückt, oder die Enden ihrer Stoffe einander näher gezwängt werden; und der Balken drückt sich auf seinen Unterlagern um so breiter, je stärker er gebogen wird, und je mehr seine Hüllen nach ihrer Weiche dem Druck nachgeben können.

Je

Je größer nun die angestammten Ziehkräfte der Fäden einer Holzart, und je näher sich ihre Enden nach der ablangen Figur ihrer Hüllen sind, um so steifer wird sich ihre Continuität in den Holzfibern constituiren; und um so stärker werden sie daher der Biegung resistiren: es wird diese Resistenz noch um so größer seyn, je mehr solcher steifen Fibern die Holzart im gegebenen Raum hat, oder je dichter sie ist; das ist, das Biegungs-Vermögen einer Holzart wird sich einmal verkehrt, wie ihre absolute Festigkeit, verhalten.

b. Je dichter, mithin elastischer, ferner die Wärmehüllen der festen und ursaftigen Stoffe einer Holzart von Natur sind, um so mehr widerstehen sie der Biegung durch ihre Elasticität, und das Holz wird dadurch um so steifer oder stabiler; oder es ist eine um so größere Kraft erforderlich, den Balken zu biegen, je stabiler und absolut fester er ist: es verhält sich daher auch bey übrigen gleichen Umständen, die Biegsamkeit einer Holzart, verkehrt, wie das Product aus seiner Stabilität in seine absolute Festigkeit.

c. Hat das Holz tropfbar flüssige, seine Substanz nicht angreifende Stoffe in sich eingesogen, so blähet es sich in seinem Volumen um den Raum auf, welchen diese in seiner Substanz einnehmen; es schwächen diese die Lateral-Cohärenz seiner festen Stoffe, durch ihr Zwischentretten; es drücken ihre Hüllen die Hüllen jener flächer, wodurch diese länger werden, und deswegen die Enden der festen Stoffe weiter von einander drängen; wodurch deren filare Cohärenz geschwächt und das Holz um so länger wird, je mehr es solcher Stoffe eingesogen hat.

Je mehr nun unter solchen Umständen die filare Cohärenz des Holzes geschwächt ist, um so leichter lässet

es sich in diesem Zustande biegen; es drücken sich ferner die Hüllen der dem Holze angestammten Stoffe um so flächer, je mehr sie durch die Auspressung der incolirenden Stoffe für sich Raum gewinnen mögen; es legen sich die Schichten dadurch um so dichter auf einander, und das Holz wird um so biegsamer, je mehr es ihm incolirende nasse Stoffe in gegebenen Raum eingesogen hat, oder je größer seine hygrometrische Capacität ist.

Trockenes in seiner Substanz eingeschwundenes Holz lässet sich der Erfahrung zufolge härter, und nicht so stark, wie grünes oder nasses Holz, biegen: man macht Balken naß, die man stark biegen will.

Je größer daher die hygrometrische Capacität des Holzes ist, um so biegsamer ist dasselbe; oder seine Biegsamkeit verhält sich bey übrigen gleichen Umständen, wie seine hygrometrische Capacität; sie verhält sich daher im Ganzen, wie der Quotient aus seiner hygrometrischen Capacität, getheilt durch das Product aus seiner absoluten Festigkeit, in seine Stabilität.

Für zwey Balken A und B von verschiedenen Holzarten, aber durchaus gleichen Dimensionen, verhalten sich z. E. ihre absolute Festigkeit wie $1:\alpha$; ihre Stabilitäten wie $1:\varepsilon$; ihre bestehende hygrometrischen Capacitäten wie $1:\gamma$, und ihre Biegsamkeiten wie $1:\beta$; so wird nach der aufgestellten Ansicht sich verhalten

$$\beta = \frac{\gamma}{\alpha \cdot \varepsilon}.$$

Wäre für den Balken B der Werth von $\beta = 2$, so ist die Biegsamkeit dieses Balkens doppelt so groß als des A; das ist: er wird sich unter einerley äußern Umständen, durch die nemliche Kraft, so oft um 2 Zoll biegen lassen, als der Balken A sich um einen Zoll biegen lässet;

lässet; oder er wird durch die halbe Kraft eben so stark, als dieser durch die ganze gebogen.

d. Werden mehrere Balken auf ihren geplätteten Seiten liegend, gleichzeitig mit einander gebogen, so gibt der eine immer dem andern ein Unterlager ab! So macht bey drey über einander liegenden Balken, der unterste dem mittlern, und dieser dem obern, das Unterlager: es drücket sich der obere deswegen auf dem mittlern, und dieser auf dem untern, in der ganzen Berührungsebene flach auf; der mittlere wird daher in seiner ganzen Länge am stärksten gepreßt; er schwindet daher in seiner Höhe am meisten ein, und dehnet sich am stärksten in seinen Berührungsebenen nach der Breite aus. Dieß bestätigen die Resultate der Krümmungen mehrerer über einander liegenden Balken, welche der Königlich-Baierische Geheime Rath und General-Director des Wasser- Brücken- und Strassen-Baues, Hr. von Wiebeking, in seinen vortreflichen Beyträgen zur Brückenbau-Kunde. München, 1809. S. 35. anführet. Nach denselben wurden 3 Balken von 14 . . 15 Zollen mit einander gekrümmet; es nahm dabey die Höhe des mittlern um 6 Linien, des untern um 3 Linien ab; während ersterer sich in seiner Breite um 3, und letzterer sich um 2 Linien ausdehnte.

§. 2.

Verhältniß der Biegung vierkanntiger Balken zur biegenden Kraft.

Wenn die Balken einerley Dimensionen haben.

I. Um wie viel aber ein Balken durch eine gegebene Kraft gebogen werden möge, ehe er zu brechen beginnet,

 oder

oder knacket, dieß hängt, der Erfahrung zufolge, von seiner Holzart, ihren hygrometrischen Zustand, und von seinen Dimensionen ab: er lässet sich in seiner Holzart um so leichter biegen, oder er bieget sich durch die nemliche auf seine Enden wirkende Kraft um so stärker, je länger, dünner und schmäler er ist.

In wiefern aber die Biegung eines Balkens mit seinen Dimensionen zusammen hängen möge, haben die HHrn. Girard und Eytelwein, ersterer in seiner Traite analytique de la Resistance des Solides. Paris, 1798., und letzterer in seinem vortreflichen Handbuch der Statik fester Körper, II. III. Band. Berlin, 1808. sehr scharfsinnige Betrachtungen angestellt, um nach theoretischen Principien die Krümmungs-Function zu entwickeln. Beyde nehmen dabey eine elastische unendlich dünne Ruthe an, die in allen Stellen der Biegung gleich stark widerstünde, und construiren für dieselbe analytische Formeln, durch welche die Eigenschaften der elastischen Curve sich ausdrücken lassen, in welche sich jene Ruthe krümmet.

Nun sind aber einmal Balken keine dünne Ruthen; sie sind außerdem aus Bäumen zugehauen, welche nach ihrer Natur in ihrer ganzen Lage der Biegung nicht gleich stark resistiren können! Denn bey dem wachsenden Baum drücken die Säfte statisch niederwärts, und contensiren sich daher am Stamm-Ende um so dichter, je höher der Baum zuwächset, und je mehr Säfte er seines Orts einsaugen, oder je stärker er sich die Safthäute zulegen kann! Der aus ihm gleich stark zugehauene Balken resistiret daher an seinem Stamm-Ende der Biegung am meisten, es nimmt dagegen seine Resistenz immer mehr und mehr ab, je jünger das Holz nach seinem obern Ende zu wird: er bieget sich daher nicht nach den Gesetzen einer elastischen Ruthe, die durchaus gleiche Resistenz äußert. Neben dem ist ferner die Biegung des

Balkens mit dem Ort, wo er erwachsen ist, und selbst noch mit der Seite in Beziehung, nach welcher er gekrümmet wird.

Die nemliche Holzart bieget sich anderst, je nachdem sie nach ihrem Wachsthums-Locale fester oder schwammichter zuwächset; sie bieget sich selbst, an dem nemlichen Ort zugewachsen, anderst, je nachdem sie auf die eine oder auf die andere Seite gelegt wird, wo ihre Jahres-Cirkel nach dem localen Wuchs breiter oder schmäler ausfallen müsten.

a. Bey so bewandten Umständen schiene es mir daher am räthlichsten, die Krümmungs-Function aus Versuchen zu entwickeln, welche im Großen mit Balken angestellt sind, um aus der Zahl derselben einen Ausdruck zu construiren, nach welchem sich das Verhältniß ergeben möchte, in welchem sich Balken gegebener Art, bey verschiedenen Dimensionen, und gegebenen Kräften krümmen mögen.

In dieser Absicht benütze ich zuvörderst die von Hrn. Büffon mit eichenen Balken angestellte Versuche, welche derselbe in den Mem. de l'ac. de Paris, 1740. 1741. beschreibet; und trage zunächst darauf an, das Gesetz zu finden, in welchem sich der nemliche Balken, bey verschiedener Belastung bieget, wenn er horizontal an seinen Enden auf seinen festen Unterlagern aufliegend, durch eine in seiner Mitte aufgelegte Last gebogen wird.

Diese Versuche mit ihren Resultaten enthält beygesetzte Tabelle.

Tabel-

Tabelle I.

Balken von 5 Zoll im Quadrat.

Balken.	Länge.	Last.	Senkung.	Balken.	Länge.	Last.	Senkung.
I.	28 Fuß	500 ℔	3 Zoll	II.	28	500	5 Zoll
wog		1000	7	wog		1000	11½
364 ℔		1500	14	360		1500	18
		1800	18			1750	22
		knackte				knackte	
		brach	25			brach	28
III.	14	1000	—	IV.	14	1000	wenig.
wog		2000	1	wog		2000	1 ″ 3
178		3000	2½	176		3000	3 ″ —
		4000	4½			4000	5 ″ —
		5000	7½			5000	8 ″ —
		5400	brach			5200	brach
V.	24	500	2	VI.	24	500	3
wog		1000	4½	wog		1000	6
310		1500	7¼	307		1500	9½
		2000	11			2000	13
		2200	knackte			2125	knackte
VII.	12	1000	¼	VIII.	12	1000	¼
wog		2000	¾	wog		2000	1
156		3000	1½	138		3000	2
		4000	2¾			4000	3½
		5000	4			5000	5¼
		6000	5½			5225	knackte
		6050	knackte				

Um

Um nach diesen Versuchen die Function zu finden, in welcher die Senkungen des Balkens, mit den ihnen entsprechenden Pressungen stehen, trug ich letztere als Abscissen in Fig. 1. auf die gerade Linie OD, und setzte die ihnen entsprechende Senkungen oder Biegungen als Ordinaten, auf jene senkrecht! Es zeigte sich dabey, daß vorerst die Ordinaten in geometrischer Progression fortgehen, während die Pressungen selbst in arithmetischer sind; so daß mithin die Biegungs-Function logistisch sich darstellet.

So ist z. E. für den Balken N. I. OA = 500; OB = 1000; OC = 1500; OD = 2000 Theile eines beliebigen Maßstabes; und es entsprechen diesen die Ordinaten AE = 3; BF = 7; GC = 14 Theile des nemlichen, oder auch eines andern Maßstabes.

Nun ist in der Logistik bekanntlich GC:FB = FB:AE; und AE = $3\frac{1}{2}$ Zolle; statt dessen der Versuch nur 3 Zolle angibt.

Behandelt man die übrigen in beygesetzter Tabelle angeführte Balken auf die nemliche Art, so findet man für die erstern Ordinaten immer eine größere Senkung, als die Versuche sie wirklich angeben, welches im folgenden Umstand seinen sufficienten Grund hat.

Es lehret nemlich die Erfahrung, und insbesondere bestätigen die von Hrn. Eytelwein aufs sorgfältigste angestellte viele Versuche, daß ein mit Gewichten beschwerter horizontal liegender Balken seine größte Biegung durch dieselbe nur nach und nach, und öfters erst nach Verlauf einer bedeutenden Zeit erhalte. Da nun Hr. Büffon bey seinen Versuchen die folgende Auflage, immer schon nach 5 Minuten machte, so konnte in dieser Zeit der Balken nicht so tief sinken, als er bey einem längern Zeitintervall gesunken wäre; seine Senkung muste also in Vergleich mit den Senkungen der übri-

übrigen Auflagen um so kleiner ausfallen, je länger der Balken durch diese bereits beschweret war. Da ich nun bey meiner Rechnung immer von den letztern Auflagen, und den ihnen zukömmlichen Senkungen ausgehe, so muß sich deswegen immer eine größere Senkung für die erste Auflage ergeben, als die Versuche angeben können.

Rechnet man die Abscisse OA oder die erste Auflage von den übrigen ab, so entspricht in der Logistik EFGH der Abscisse O die Ordinate AE = a; und der Abscisse AB = b die Ordinate BF = c. Setzt man nun AD = nb; und HD = η; so ist nach der Eigenschaft der Logistik

$$\eta = a \left(\frac{c}{a}\right)^n;$$

wornach man die Senkung des Balkens für jede Auflage finden kann.

Es sey z. E. OA = 500, OB = 1000 Pfund; und AE = $3\frac{1}{2}$, BF = 7 Zolle; und man wollte die Senkung mn für die Auflage Om von 1200 Pfund berechnen; so ist hier

$$AB = OB - OA = 1000 - 500 = 500 = b;$$
$$Am = 1200 - 500 = 700;\ nb = 700;\ n = \frac{700}{500} = \frac{7}{5};$$

ferner ist AE = a = $3\frac{1}{2}$; BF = c = 7 Zolle; mithin ist

$$\eta = 3\tfrac{1}{2}\left(\frac{7}{3\frac{1}{2}}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{7}{2} \cdot 2^{\frac{7}{5}} = \frac{7}{2} \cdot \sqrt[5]{2^7};\ \text{oder}$$

$$\log \eta = \log \frac{7}{2} + \frac{1}{5} \cdot \log 2^7.$$

Nun ist aber $\log 2^7 = 7 \cdot \log 2 = 2{,}1072100$; und

$$\frac{1}{5} \cdot \log 2^7 = 0{,}4214525$$
$$\log \frac{7}{2} = 0{,}5440680$$
$$\overline{\phantom{\log \frac{7}{2} =}\ 0{,}9655205.}$$
$$\eta = 9{,}2368 \text{ . Zoll.}$$

Der Balken N. I. würde sich also unter einer Last von 1200 Pfunden um 9,23.. Zolle senken; da er sich mit

mit 1000 und 1500 Pfunden beschwert, um 7 und 14 Zolle senket.

Dabey lehret die Erfahrung, daß die Progression, welche die Senkungen des Balkens anfänglich einleiten, sich allmählich ändert, so wie die äußere Fibern der gebogenen Seite reissen, mithin der Balken dem Knacken näher kommt: Es lauft die Curve von jener Ordinate, welche der des Knackens zunächst kommt, meistens gerade aus, wie z. E. hier von G nach A.

Sollte nach der Logistik die Ordinate für 1800 Pfund, unter welchen der Balken zu knacken beginnet, gerade 21,22 seyn, sie ist aber wirklich nur 18.

b. Setzt man in der eben construirten logistischen Gleichung $AD = p$, $DH = \eta$; so ist auch $nb = p$; und $n = \frac{p}{b}$; mithin

$$\text{auch } \eta = a \left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{p}{b}}; \text{ und } p = \frac{b \,.\, \log \frac{\eta}{a}}{\log \frac{c}{a}}.$$

Für den gegebenen Balken war $a = 3\frac{1}{2}$, $c = 7$; $b = 500$; setzt man nun $\eta = 14$, so lässet sich die Kraft berechnen, welche den Balken auf 14 Zolle niederdrücket; es ist nemlich in diesem Falle

$$p = \frac{500 \,.\, \log \frac{14}{3\frac{1}{2}}}{\log \frac{7}{3\frac{1}{2}}} = \frac{500 \,.\, \log 4}{\log 2} = 1000.$$

Addiret man hiezu die Kraft AO von 500 Pfunden, so ergibt sich eine Kraft von 1500 Pfunden, durch welche der Balken auf 14 Zolle sich niedersenket.

c. Ziehet man ferner an den Punct F der Logistik die Tangente MF, so schneidet diese die Abscisse OD in dem

dem Punct M, und es ist MB die Subtangente der Logistik, deren Element sich bekanntlich durch $\frac{\eta\, dx}{d\eta}$ ausdrückt.

Nun ist aber aus der Gleichung

$$\log \eta = \log 2 + \frac{x}{b} \cdot \log \frac{c}{a}; \text{ auch } \frac{d\eta}{\eta} = \frac{dx}{b} \cdot \log \frac{c}{a};$$

$$\text{also } d\eta = \frac{\eta\, dx}{b} \cdot \log \frac{c}{a}; \text{ mithin } MB = \frac{b}{\log \frac{c}{a}}.$$

Für den Balken (I.) war $b = 500$ Pfund; $c = 7$; $a = 3$; also ist $\log \frac{7}{3} = 0{,}3679767$;

$$\text{mithin } MB = \frac{500}{0{,}3679767} = 1359.$$

Je länger oder kürzer aber die Subtangente der Logistik eines Balkens ausfällt, um so weniger oder mehr bieget er sich unter einer gegebenen Last; es ist mithin seine Subtangente, Characteristik seiner bestehenden Biegsamkeit!

Wenn daher 2 Balken verschiedener Holzart, bey gleichen Dimensionen, unter einerley Lasten, einerley Biegungs-Subtangenten haben, so sind ihre bestehende Biegsamkeiten unter sich gleich groß; auf jeden Fall aber verhalten sich ihre Biegsamkeiten, verkehrt, wie ihre Biegungs-Subtangenten.

Für den Balken (II.) der Tabelle, welcher mit dem (I.) einerley Dimensionen hat, ist $b = 500$; $c = 11\frac{1}{2}$; $a = 5$; mithin seine Subtangente $= 1444$. Es verhält sich mithin die Biegsamkeit des Balkens I. zu der des Balkens II.

$$\text{wie } \frac{1}{1359} : \frac{1}{1444} = 10000 : 9411;$$

oder die Biegsamkeit des Balkens II. ist $\frac{9411}{10000}$ jener des Balkens I.

Bezeich-

Bezeichnet nun in der Allgemeinheit der Buchstabe S die Subtangente der Logistik, auf welche sich die Senkungen bringen lassen, um welche sich ein gegebener Balken B unter gegebenen Belastungen in seiner Mitte bieget; so ist auch nach (§. 2. I.)

$$\frac{\gamma}{\alpha . \varepsilon} = \frac{1}{S}.$$

Nun kann man aber für gleich ausgetrocknete Balken die absolute Feste derselben finden, wenn man gleiche Stückgen derselben der Länge nach abreisset; und es verhalten sich ihre absolute Festigkeiten, oder ihre filare Cohärenz, wie die Gewichte, welche die gleichen Stücke abreissen.

Wären diese für die Balken A und B gleich groß, so wäre für beyde $\alpha = \alpha'$; $\gamma = \gamma'$; mithin

$$\frac{1}{\varepsilon} : \frac{1}{\varepsilon'} = \frac{1}{S} : \frac{1}{S'};$$ oder

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{S'}{S} = \frac{1444}{1359};$$

das ist: die Stabilität, oder die Steife des Stammes A verhält sich zur Steife des Stammes B, wie 1359 : 1444.

Trocknet man gleiche Stücke dieser Balken gleich stark aus, und lässet sie nachgehends gleiche Zeit im Wasser liegen, so findet man das Verhältniß ihrer hygrometrischen Capacität $\gamma : \gamma'$ aus dem Ueberschuß ihrer Gewichte, um welchen sie im nassen Zustande mehr, als in ihrem trockenen wiegen.

Man kann daher auf diesem Wege durch die Subtangente zweyer gleichbelasteter Balken, von gleichen Dimensionen, physicalische Eigenschaften ihrer Holzarten, oder die specifische Steife ihrer Fibern unter einander vergleichen; wozu man bisher kein Mittel hatte.

d. Um dieß Gesetz noch weiter zu erproben, berechnete ich ferner die Kräfte, durch welche Hr. von Wie-

beking starke Balken auf dem Bauhofe zu München bog, nach den Resultaten, welche derselbe in bemeldter Brückenbaukunde S. 78. anführet.

Rücksichtlich dessen muß ich vorläufig bemerken, daß Hr. von Wiebeking bey Anstellung dieser Versuche einzig die Absicht hatte, zu untersuchen, wie stark sich Balken von gegebener Holzart, Länge und Stärke, biegen lassen, bis sie brechen; um davon bey Bogen-Brücken Anwendung machen zu können.

Bey diesen Versuchen nun wurde der zu biegende Balken in $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ seiner Länge auf Unterlager aufgelegt, während er mit seinem hintern Ende feste gemacht war. Von seinem vordern Ende hieng eine Kette mit Zubehör von $263\frac{1}{2}$ Pfunden herunter, die einen Hebel umfaßte, dessen eines Ende sich an eine feste Ueberlage drückte, während an dem andern Ende Gewichte angehängt wurden. Der Hebel selbst war 33 Fuß lang und $10\frac{1}{2}$ Zoll dick, mochte also bey 520 Pfunden wiegen; und sein kürzerer Arm nach der Seite des Ueberlagers war $\frac{1}{8}$ seiner Länge.

So wie daher der Hebel durch sein eigenes Gewicht, und durch die vorne ihm anhängende Last niedersank, spannte er die ihn umgebende Kette an, und zog so den Balken nieder, welcher dadurch auf seinen Unterlagern gekrümmt wurde.

Indem ich nun nach den Principien des physicalischen Hebels zunächst die Kräfte berechnete, welche den Hebel an der Stelle der Kette, bey verschiedenen Belastungen, niederzogen, fand ich für einen fichtenen Balken von 16 Zoll ins Quadrat bey $53\frac{1}{2}$ Fuß Länge, und 2700 Pfunden Gewicht, folgende Biegungen für folgende äußere biegende Kräfte:

Versu-

Versuch.	Biegung.	Kräfte.
I.	3″ „ 6‴	263
II.	5 „ 8	2345
III.	10 „ 6	2825
IV.	11 „ 1	3345
V.	12 „ 10	3825
VI.	16 „ 1	4305
VII.	17 „ 11	5545
VIII.	20 „ 0	6505

Da ferner der Balken in seinem Schwerpunct sein Unterlager hatte, so wuchtete er auf beyden Seiten gleich stark; und bog sich an seinem freyen Schenkel, während an seinem Ende eine Last von 263 Pfunden hieng, nur um 2½ Zolle; er würde sich daher ohne diese Last nur sehr wenig gebogen haben.

Um nun zu prüfen, ob dieser Balken sich auch nach dem vorhin eruirten logistischen Gesetz gebogen haben mochte, trug ich jene Kräfte auf eine gerade Linie als Abscisse, und setzte die ihnen entsprechende Biegungen des Balkens auf dieselbe, als Ordinaten, senkrecht.

Dabey zeigte sich insbesondere bey dem dritten Versuch eine auffallende Irregularität, die nur im fehlerhaften Abmessen oder Notiren ihren Grund haben kann, weil die zwischen die Ordinaten von 5 „ 8 und 11,1 hineinfallende Ordinate 10½ viel zu groß ist.

Uebrigens stehen die gemessenen Ordinaten mit den gleichnahmigen der logistischen Scale folgendermaßen neben einander:

Versuch.	Construction.
5″ „ 8	5″ „ 8
10 „ 6	7 „ 6
11 , 1	10 „ 1
12 „ 10	12 „ 10
16 „ 1	16 „ 1
17 „ 11	18 „ 0
20 „ 0	20 „ 0

Auch zeigte sichs bey der Construction, daß die Scale von der Ordinate 16 abbrach, und von da bis 20 geradlinicht fortlief; welches vermuthen läßt, daß schon bey 16 Zoll Biegung einige Fibern gerissen seyn mögen.

Außer diesen Versuchen stellte Hr. v. Wiebeking noch andere an, mit 2 und 3 über einander liegenden Balken; von welchen ich wegen besserer Congruenz folgende dem Calcul unterzog.

Hr. v. Wiebeking ließ nemlich 3 fichtene Balken von 50½ Fuß Länge und 10 Zollen ins Gevierte auf einander plätten, und brachte sie in diesen Zustand unter jene Vorrichtung, wobey diese vereinte Balken, durch folgende Kräfte, beystehende Senkungen oder Biegungen erhielten.

Versuch.	Biegung.	Kraft.
I.	3″ „ 6‴	263
II.	11 „ 8	2343
III.	17 „ 10	2823
IV.	23 „ 6	3303
V.	35 „ 0	4283
VI.	46 „ 0	5223

Anmer-

Anmerkung.

Als man nach dem IVten Versuch das Biegen noch weiter fortsetzte, trennten sich schon in etwas die Fibern der Balken.

Indem ich nun diese nach Pfunden ausgedrückte Kräfte auf eine gerade Linie als Abscisse trug, und die ihnen entsprechende Senkungen oder Biegungen als Ordinaten auf dieselbe senkrecht stellte, zeigte sichs auch hier, daß letztere in geometrischer Progression bis dahin fortlaufen, wo die Fibern bereits sich zu trennen begannen; es verlohr sich von da an die logistische Curve in eine gerade Linie, bis zur Biegung von 46 Zollen; wobey die den Kern umgebenden Fibern des obern Balkens abrissen. Der logistische Calcul gab übrigens folgende Resultate.

Biegung.	Kraft.	Biegung.	Kraft.	Biegung.	Kraft.
6 Zoll	1383	20	3051	34	4130
8	1780	22	3183	36	4295
10	2094	24	3303	38	4461
12	2343	26	3468	40	4627
14	2557	28	3634	42	4793
16	2772	30	3800	44	4958
18	2946	32	3968	46	5223

Theilet man jede der biegenden Kräfte durch die Zahl der über einander geplätteten Balken, so ergibt sich in dem Quotienten die mittlere Kraft, welche einen der 10 zolligen Balken in den andern, auf den nemlichen Unterlagern, auf eine gewisse Senkung bieget.

Nach diesem bieget z. E. eine Kraft von 1741 Pfunden den 10zolligen Balken, in der Länge von 50 Fußen, auf 46 Zolle; wenn eine Kraft von 1100 Pfunden den nemlichen Balken auf 24 Zolle bieget.

Sollten 6 dergleichen Balken über einander gebogen werden, so ist hiezu die 6fache Kraft nothwendig; oder 6 solche Balken würden, unter den nemlichen äußern Umständen, durch 10446 und 6606 Pfunde auf 46 und auf 24 Zolle gebogen werden können.

Uebrigens gewähren die Resultate der logistischen Scale, verglichen mit den gemessenen Biegungen der Balken, in beyderley Versuchen die genaue Uebereinstimmung mit letztern; und es läßt sich daher annehmen, daß das Biegungs-Gesetz vierkanntiger Balken ein logistisches seye.

Diese Balken heiße ich von nun an die Probe-Balken, und bezeichne die Kräfte mit v „ q „ p, durch welche ein solcher Balken in seiner Mitte um a „ b „ c Zolle wirklich gebogen wurde: auch sey $q - v = d$; und $p - v = nd = g$.

Für diese Bezeichnungen ist also nach der logistischen Scale

$$c = a\left(\frac{b}{a}\right)^n; \text{ und } g = d.\frac{\log\frac{c}{a}}{\log\frac{b}{a}}.$$

Ferner $g + v = p$.

Wenn die Balken einerley Stärke, aber verschiedene Längen haben.

II. Hätten wir Hrn. von Wiebeking außer diesen schätzbaren Versuchen noch mehrere zu verdanken, die mit Balken von verschiedener Länge und Stärke angestellt worden wären, so würde man nach denselben ein allgemeines Biegungs-Gesetz abstrahiren, oder die Function entwik-

entwickeln können, in welcher die Biegung eines Balkens mit seiner Länge, Stärke, und anhängender Last in Verhältniß stünde.

Nun gibt wohl die Theorie der elastischen Curven, nach welcher aber Balken als biegsame Linien angesehen werden, das Verhältniß an, und lehret, daß eine solche Ruthe in der doppelten Länge durch die nemliche Last 8 mal tiefer, als in der einfachen Länge niedergedrückt werde, und daß überhaupt die Biegung mit dem Cubus des Abstands der nemlichen Last zunehme.

Um mich nun dessen zu überzeugen, stellte ich die vorhin angeführte Büffonsche Versuche zusammen, wobey Balken, welche an ihren beyden Enden auf festen Unterlagern liegen, durch in ihrer Mitte aufgelegte Lasten gebogen wurden.

a. Nach diesen Versuchen bieget sich aber zufolge der Tabelle (I.) der Balken N. V. von 24 Fußen unter einer Last von 2000 Pfunden auf 11 Zolle; da hingegen ein anderer N. VII. von 12 Fußen, bey dem nemlichen Querschnitt durch die nemliche Last nur auf $\frac{3}{4}$ Zolle gebogen wurde. Beyde Biegungen verhalten sich also gegen einander wie $\frac{3}{4} : 11 = 1 : 14\frac{2}{3}$.

Dabey wurden die 2000 Pfund auf N. VII. erst aufgelegt, nachdem 1000 Pfund vorher schon 5 Minuten auf dem Balken gelegen hatten, und nachdem die 2000 Pfund auch 5 Minuten ruheten, wurde die Biegung gemessen.

Dagegen lagen auf dem Balken N. V. vorerst 500 Pfund 5 Minuten, abermals 500, und wieder 500 Pfund, jedes 5 Minuten; der Balken wurde daher erst mit den 2000 Pfunden beschwert, nachdem er schon 15 Minuten lang belastet war, und deswegen Zeit gewonnen hatte, sich tiefer zu senken, er würde nicht bis auf 11. Zolle gesunken seyn, wenn er, wie der Balken N. VII., nur 5 Minuten beschwert gewesen wäre.

Hieraus folgert sich nun so viel, daß das Verhältniß 1 : 14$\frac{2}{3}$ auf jeden Fall zu groß ist.

Außerdem war es auch möglich, daß der Balken N. V. biegsamer als der N. VII. war, weil Bäume der nemlichen Art, wenn sie auch auf dem nemlichen Boden, und unter einerley äußern Umständen erwachsen, nicht durchaus auch gleiche Eigenschaften erhalten, weil dabey die Umstände, unter welchen sie seither neben andern erwuchsen, die sich mit ihnen in die Säfte theilten, oder sonst sie beschatteten, auf ihre innern Eigenschaften starken Einfluß haben.

b. Dieses Umstandes wegen sollten dergleichen Versuche immer mit dem nemlichen Balken angestellt werden! Da ich nun bisher Versuche solcher Art nicht auffinden konnte, so stellte ich vorerst Versuche im Kleinen an.

Dazu bediente ich mich einer gleich stark zugehobelten Schiene von Fichtenholz, deren Länge 5600, Breite 90, und Dicke 30 Theile meines in 1000 Theile eingetheilten Nürnberger Fußes hatten. Diese Schiene bisectirte ich, theilte jede Hälfte in 4 gleiche Theile, und legte sie auf hölzerne dreyseitige Prismen, indem ich sie mit einem Bleygewicht beschwerte, das ich immer in ihrer Mitte aufsetzte.

Nachdem ich nun die Unterlager auf 1400 setzte, sank die Schiene mit dem Gewicht auf 4 Theile; sie sank, als die Unterlager in 2800 stunden auf 34; für 4200 auf 104; und für 5600 auf 250 Theile.

Die Senkungen correspondirten also mit den Entfernungen folgendermaßen:

Entfer-

Entfernung.	Senkung.
I.	4
II.	34
III.	104
IV.	250

Diese Zahlen verhalten sich nun beynahe, wie die Cubi der Abstände der Unterlagen; welche folgende Zahlen geben.

4 . 32 . 108 . 256.

Nach diesen Versuchen verhielten sich also die Senkungen gleichartiger und gleichstarker Balken, unter einerley Last, wie die Cubi ihrer Längen; so daß diesemnach das Gesetz, welches Hr. Eytelwein für dieselbe nach theoretischen Principien aufstellt, ganz mit den Resultaten dieser Versuche übereinstimmt.

c. Um mich aber noch näher zu überzeugen, ob dieß Gesetz auch im Großen noch anwendbar sey, machte ich auf dem hiesigen Bauhof folgenden Versuch.

Ich theilte einen gleichstark vierkanntig zugehauenen Balken von 59½ Fuß Länge, 6½ Zoll Höhe und 6 Zoll Breite in 8 gleiche Theile; und legte ihn anfänglich auf 2 und 4 Theile, wobey ich den Balken an seinen Enden in so weit unterstützte, daß die straff über ihn gespannte Schnur ihn durchaus berührte; so daß er in seiner Mitte und an seinen Enden in einerley gerader Ebene sich befand.

Als ich nun in seiner Mitte einen zufällig vorhandenen Hoyer aufsetzte, mit welchem Pfähle eingerammet werden, senkte sich der Balken für folgende Abstände der Unterlager, folgendermaßen:

Abstand.	Senkung.
I.	$\frac{1}{5}$ Zoll.
II.	$1\frac{1}{2}$
III.	$5\frac{1}{2}$
IV.	$12\frac{1}{2}$

Nun verhalten sich aber die Cubic-Zahlen für die einfachen doppelten drey- und vierfachen Abstände, wie

$$\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot 5\frac{2}{5} \cdot 12\frac{2}{5};$$

welche sehr nahe mit den Zahlen des Versuchs übereinkommen; so daß sich auch nach diesem Versuch für Balken, die an ihren Enden aufliegen, der Satz bestätiget, daß die Biegungen gleichartiger und gleichstarker Balken, für gleiche Lasten, sich wie die Cubi ihrer Längen verhalten.

Wenn also eine Kraft einen auf seinen Unterlagen horizontal liegenden Balken auf 2 Zoll bieget, so muste sie ihn in der nemlichen Stärke, bey der doppelten Länge auf $2^3 . 2 = 16$ Zolle biegen; oder die nemliche Last bieget den Balken in seiner halben Länge auf $\frac{1}{8}$ dessen, was sie ihn in seiner ganzen Länge bieget.

d. Diese Versuche entsprechen nun der Theorie so genau, als man erwarten kann; da das Holz in verschiedenen Längen selbst verschiedene Biegsamkeit haben kann.

Dagegen weichen die Versuche von der Theorie auffallend ab, wenn das Holz in seiner Mitte fest liegt, und die Last an seinen Enden hänget. Denn nach der Theorie soll auch für diesen Fall, die Biegung mit dem Cubus des nächsten Abstandes der nemlichen Last von der Loth-Linie durch den Scheitel des Holzes, zunehmen; welchem aber folgende Versuche auffallend widersprechen.

Ich

Ich stellte nemlich die eine Hälfte der vorhin bemeldten Schiene fest, nachdem ich sie in ihrer Mitte auf ein festes Unterlager gelegt hatte; und schob nun an ihren Theilungs-Puncten I. II. III. IV. ein Gewicht fort, wobey ich immer die Biegung, oder den senkrechten Abstand des Theil-Punctes von der gezogenen Horizontal-Linie mit einem Maßstab maß, von welchem $\frac{700}{1000}$ des Nürnberger Fußes gerade $\frac{543}{1000}$ maßen.

Dabey ergaben sich mir nun für folgende Abstände der nemlichen Last, auch folgende Biegungen.

Abstand.	Biegung.
I.	16
II.	63
III.	146
IV.	312

Nach der Theorie hingegen hätte für die doppelte Entfernung, die Biegung 8.16 oder 128, und für die 3fache Entfernung vollends gar 27.16 oder 332 seyn sollen; da sie hingegen nach dem Mittel aus 6 Versuchen nur 63 und 146 war.

Als ich nun die Abstände der Last als Ordinaten, und die ihnen entsprechende Biegungen als Absciſſen ansahe, und für dieselbe den Halbmesser eines Kreises berechnete, fand ich denselben = 9222 des Maßstabs; und es congruirten die gemessenen Absciſſen ganz mit jenen eines Kreises von diesem Halbmesser, bis auf die vierte Ordinate, welche für den Kreis 332 ist; da sie hingegen für die Curve, in welche sich der Stab zog, nur 312 ist.

Aus

Aus diesen Versuchen lässet sich nun abnehmen, daß die Curve, in welche sich der Stab bog, bis auf $\frac{146}{543.6}$ oder $\frac{1}{3.7}$ seiner Länge, ganz genau mit der circularischen Krümmung zusammenfalle; sie congruirt noch sehr nahe mit derselben, wenn die Biegung $\frac{1}{10}$ der Länge des gebogenen Holzes ist!

Nun ist aber die Krümmung der Balken, in soweit sie zu Bogen-Brücken angewandt werden, der Erfahrung zufolge, höchstens $\frac{1}{17}$ ihrer Länge; man kann daher auch annehmen, daß die Curve, in welche sich Balken unter der Vorrichtung des Hrn. v. Wiebekings ziehen, auch nahezu eine circularische Krümmung seye.

Es bezeichne daher der Buchstabe (l) die halbe Sehne des gekrümmten Balkens; (c) seine größte Biegung in seiner Mitte, und (r) seinen Krümmungs-Halbmesser, so ist einmal nach den Eigenschaften des Kreises

$$l^2 = 2rc - c^2; \text{ und } r = \frac{l^2 + c^2}{2c}; \; c = r - \sqrt{(r^2 - l^2)}.$$

Bey den Versuchen mit dem Probe-Balken-System bogen sich z. E. drey auf einander geplättete Balken, von $50\frac{1}{2}$ Fuß Länge und 10 Zoll im Quadrat, durch eine Kraft von 1780 Pfunden, um 8 Zolle. Setzt man nun die halbe Sehne des mittlern Balkens oder $l = 25$ Fuße, und $c = \frac{2}{3}$ Fuße, so ist der Krümmungs-Halbmesser der Central-Linie des mittlern Balkens oder $r = 469$ Fuße.

Da ferner die nemlichen Balken unter einer Last von 2772 Pfunden, sich um 16 Zolle senkten, so ist für diesen Fall der Krümmungs-Halbmesser des mittlern Balkens $= 235$ Fuße.

Krümmungs-Function vierkanntiger Balken.

III. Indem sich aus den bisherigen Betrachtungen ergibt, daß sich vierkanntige, in ihrer Mitte unterstützte,

stützte, und an ihren Enden gleich stark belastete Balken beynahe circularisch krümmen, so trage ich nun darauf an, die Krümmungs-Function selbst, einzig nach Erfahrungs-Maximen, zu constituiren.

Ich bezeichne deswegen den Probe-Balken, von welchem ich ausgehe, mit dem Buchstaben A, von welchem man aus der Erfahrung weiß, daß er sich durch eine Kraft P an seinen beyden Enden angebracht, um (c) Zolle in seiner Mitte bieget, während seine halbe Sehne = l Fuße, seine Breite = b und seine Höhe = h, und sein Krümmungs-Halbmesser = r ist.

Diesen Balken stelle ich mit einem andern B zusammen, der mit dem A von gleicher Holzart und übrigen auf seine Biegsamkeit influirenden Umständen von gleicher Beschaffenheit, das ist, mit ihm ganz gleichartig ist. Dieser Balken B ist B Zolle breit, H Zolle hoch, bey einer Sehnen-Länge von L Fußen, und senket sich an seinen Enden mit einer Kraft Q belastet in seiner Mitte um C. Zolle, wobey sein Krümmungs-Halbmesser = R Fuße ist.

Wüste man nun die biegende Kraft Q aus den für beyde Balken gegebenen Dingen zu bestimmen, so wäre die Krümmungs-Function gefunden! In dieser Absicht schlage ich nun folgenden Weg ein.

Ich nehme zuvörderst beyde Balken A und B gleich stark und gleich gekrümmt an, und bezeichne die Kraft, welche den Balken B in dieser Voraussetzung krümmet, mit K.

Je größer nun L in Vergleich mit l ist, um so größer wird die Wucht der Kraft K seyn; das ist: es wird nach den Principien des doppelarmichten Hebels seyn

$$P : K = \frac{1}{l} : \frac{1}{L}.$$

Nun

Nun läſſet ſich aber der Erfahrung zufolge der nemliche Balken um ſo leichter oder ſchwerer biegen, je länger oder kürzer ſein Krümmungs-Halbmeſſer iſt: die biegende Kraft iſt daher eine Function jenes Halbmeſſers; welche auf jeden Fall die einfachſte iſt, wenn ſich die biegende Kräfte verkehrt, wie die Krümmungs-Halbmeſſer, verhalten. Dieſen Fall nehme ich indeſſen an, und bezeichne die Kraft, welche den Balken B, bey ſeinem Krümmungs-Halbmeſſer R auf C. Zolle bieget, mit dem Buchſtaben O; es iſt deswegen auch

$$K : O = \frac{1}{r} : \frac{1}{R}.$$

Verbindet man dieſe zwey Proportional-Sätze mit einander, ſo iſt auch

$$P : O = \frac{1}{r\,l} : \frac{1}{R.L}.$$

Da ferner die Balken für die Bogen-Brücken immer nur in ſo weit gebogen werden, daß man ihre Sehnen für ihre Längen ſelbſt ohne merklichen Fehler annehmen kann, ſo können deswegen in dieſer Function die Buchſtaben l und L die Balken-Längen ſelbſt vorſtellen.

a. Um mich nun zuvörderſt zu überzeugen, ob die biegende Kräfte auch wirklich in verkehrtem Verhältniß der Krümmungs-Halbmeſſer ſelbſt, oder ſtatt deſſen in einer höhern Potenz derſelben ſtehen möchten, ſtellte ich folgende Verſuche an.

Ich zog an einer ſenkrechten Wand eine Loth-Linie; verband mit dieſer eine Horizontal-Linie, und zog nun durch den Durchſchnitts-Punct beyder, drey Kreisbogen von 30219 „ 18772 „ 15109 Halbmeſſer meines 1000theiligen Maßſtabes, indem ich die berechneten Puncte mit dem Druck-Cirkel zuſammen zog, mit welchem ich bey Zeichnung der Land-Charten, Kreiſe von großen Halbmeſſern, zu ziehen pflege.

Als

Als ich nun folgende Gewichte an einen in der Horizontal-Linie auf einer Seite festgemachten Stab in verschiedenen Stellen anbrachte, zogen mir dieselben den Stab in die Kreis-Linien, nemlich:

Halbmesser.	Gewichte.
30,219	$11\frac{1}{2}$. 19 . 28
18,772	19 . 32 . 17
15,109	22 . 39 . 55

Nach diesen Versuchen bog sich daher der Stab mit $11\frac{1}{2}$ „ 19 „ 22 Lothen in die Kreis-Linien von den Halbmessern 30,219 „ 18,772 „ 15,109.

Nun ist aber $11\frac{1}{2} : 19 = \frac{1}{30{,}219} : \frac{1}{187{,}772}$. beynahe;

eben so ist $11\frac{1}{2} : 22 = \frac{1}{30219} : \frac{1}{15109}$. beynahe.

wornach sich also ergibt, daß sich für den nemlichen Stab die biegende Kräfte verkehrt, wie die Krümmungs-Halbmesser, verhalten.

b. Bisher wurde immer noch der Balken B mit dem Probe-Balken A gleich stark angenommen! Nun sind aber ihre Breiten B und b, und ihre Höhen H und h.

Wären nun beyde Balken von gleichen Längen und Höhen, so würde die Kraft U, welche den Balken B bieget, um so größer seyn müssen, je breiter der Balken B in Vergleich mit dem A ist, oder es würde seyn

$$O : U = b : B.$$

Nun biegen sich aber, der Erfahrung zufolge, Balken von gleicher Länge und Breite, um so leichter oder schwerer, je höher sie sind; wenn daher eine Kraft Q den Balken B in der Höhe H biegen soll, so wird sie um so

größer

größer seyn müssen, je größer H in Vergleich mit der Höhe h der Probe-Balken A ist.

Ich setze daher indessen

$$U : Q = h^n : H^n ;$$

und suche nachgehends den Werth des Exponenten n nach Erfahrungs-Maximen auszumitteln.

Werden nun diese Sätze mit dem vorigen für gleich starke Balken verbunden, so ergibt sich folgender Proportional-Satz:

$$P : Q = \frac{h^n . b}{l . r} : \frac{H^n . B}{L . R},$$

welcher die verlangte Krümmungs-Function ausdrücket.

In dieser ist nun $r = \frac{l^2 + c^2}{2 c}$; und $R = \frac{L^2 + C^2}{2 C}$.

c. Alles kommt demnach noch darauf an, den Werth des Exponenten (n) in dieser Function nach Erfahrungs-Maximen auszumitteln; wozu ich folgenden Weg einschlage.

Werden diese Werthe in vorige Function substituirt, so ist auch

$$P : Q = \frac{b}{l} . \frac{h^n . c}{l^2 + c^2} : \frac{B}{L} . \frac{H^n . C}{L^2 + C^2} .$$

Ich benutze nemlich abermals die von Hrn. Büffon angestellte Versuche; und da sich die Biegungen der Balken zunächst aus dem Maximo ihrer Biegung, welche sie in dem Moment ihres Knackens haben, möchten beurtheilen lassen, so gehe ich zunächst von solchen Versuchen aus, wobey die Balken so lange belastet wurden, bis sie zu knacken begannen: und wähle außerdem hiezu vorzüglich solche Balken aus, die nach ihrer Stärke am meisten differiren; weil für solche die Differenzen am merklichsten sind.

Diese sind nun bey den Büffonschen Versuchen eichene vierkanntig zugehauene Balken von 5 und 8 Zollen:

len; für welche beygesetzte Tabelle die Lasten angibt, unter welchen sie in gleichen Längen zu knacken anfangen.

Tabelle II.

Balken von 5 Zoll. Balken von 8 Zoll.

Länge.	Last.	Senkung.	Länge.	Last.	Senkung.
10 Fuß	7225	3" „ 2	10	27800	3 „ —
.	7050	3 „ 6	.	27700	2 „ 3
.	7100	4 „ —	.	—	—
12	6050	5 „ 6	12	23900	3 „ —
.	6100	5 „ 9	.	23000	2 „ 11
14	5400	8 „ —	14	20050	3 „ 10
.	5200	8 „ 3	.	19500	3 „ 2
16	4425	8 „ 1	16	16800	5 „ 2
.	4275	8 „ 2	.	15950	3 „ 9
18	3750	8 „ —	18	13500	4 „ 6
.	3650	8 „ 2	.	12900	4 „ 1
20	3275	8 „ 10	20	11775	6 „ 6
.	3175	10 „ —	.	11200	6 „ —

Zählet man zuvörderst die Pressungen und Senkungen der 10füßigen Balken, für 5 und 8 Zoll im Quadrat zusammen, und nimmt aus jedem das Mittel, so zeiget sich nach demselben, daß ein eichener Balken in den an-

dern genommen, bey 10 Fuß Länge, und 5 Zoll ins Quadrat, unter einer Last von 7125 Pfunden, sich um 3″„ 7‴ senke in dem Moment, in welchem er unter dieser Last zu knacken anfängt.

Eben so bieget sich bey der Länge von 10 Fußen ein eichener Balken in den andern, in einer Stärke von 8 Zoll ins Quadrat, bey einer Last von 27750 Pfunden, um 2″„ $7\frac{1}{2}$‴, bis er zu knacken beginnet.

Wenn ich nun der Kürze wegen annehme, daß die Senkungen sich wie die Pressungen verhalten, so würde der 8zollige Balken sich unter einer Last von 7125 Pfunden, nur um 0,674 Zolle biegen; seine Senkung verhält sich daher zu der Senkung des 5zolligen Balkens, bey gleicher Last, wie $0{,}674 : 3\frac{7}{12} = 1 : 5{,}31$, oder der 5zollige Balken sinkt in gleicher Länge und aufliegender Last mit dem 8zolligen 5,31 mal tiefer, als der 8zollige.

Indem ich ferner für die Balken von 12 „ 14 „ 16 „ 18 „ 20 Fußen dieser Tabelle eine ähnliche Vergleichung anstellte, fand ich für diese Balken folgende Verhältnißzahlen ihrer Senkungen: 5,31; 7,24; 8,67; 6,79; 6,73; 5,30.

Nimmt man aus diesen das Mittel, so ist dasselbe 6,67; das ist: im Mittel durch 13 eichene Balken von 5 und 8 Zollen, verhält sich die ausgegleichte Senkung unter gleichen Lasten, wie $1 : \frac{1}{6{,}67}$; oder so oft der 5zollige Balken sich um einen Zoll senket, so oft senket sich der 8zollige Balken um $\frac{1}{6{,}67}$ Zoll, bey gleicher Länge und aufliegender Last.

Nun verhält sich aber $5^4 : 8^4 = 625 : 4096 = 1 : 6{,}55$; oder es verhielten sich nach dieser Zusammenstellung die Biegungen gleichartiger quadratischer Balken, bey gleichen Längen und Belastung, wie die Biquadrate

ihrer

ihrer Seiten; oder es wäre in der Biegungs-Function, der Werth von $k = 4$; so daß sich also durch diese Versuche, die äußerst scharfsinnige Theorie bestätiget, welche Hr. von Eytelwein in seiner vortreflichen Statik fester Körper, ausgeführt hat.

Wird nun dieser Werth in obige Function substituirt, so ist für quadratische Balken, bey welchen $b = h$ ist,

$$P : Q = \frac{h^4}{r.l} : \frac{H^4}{R.L}.$$

Weil nun auch $h^4 = h.h^3$ ist, so ist auch im allgemeinen

$$P : Q = \frac{b}{l} \frac{h^3 c}{l^2 + c^2} : \frac{B}{L} \cdot \frac{H^3 . C}{L^2 + C^2}.$$

Um diese Function durch ein Exempel zu erläutern, nehme ich folgenden Fall an.

Man habe einen fichtenen Balken A von 50 Fuß Länge, und 10 Zoll im Quadrat vor sich, der sich durch eine an jedem seiner Enden angebrachte Kraft P in seiner Mitte um 16 Zolle oder $\frac{4}{3}$ Fuß senket; während ein anderer gleichartiger Balken B von 53 Fuß Länge und 16 Zolle im Quadrat, sich in seiner Mitte, durch eine an seinen Enden angebrachte Q um 11 Zolle oder $\frac{11}{12}$ Fuß bieget; fragt sichs: wie groß die Kraft Q seyn müsse?

Diese Frage zu beantworten, suchet man in der Tabelle (I.), welche für den Balken A gilt, die Kraft P auf, welche 3 solche Balken auf 16 Zolle bieget. Diese ist hier 2772 Pfund,

mithin für einen Balken $\frac{2772}{3} = 924 = P.$

Anmerkung.

Die Zahl 2772 hat sich hier aus der logistischen Scale ergeben, welche ich den mit solchen Balken angestellten Versuchen möglichst angepaßt habe; sie kann daher immer um einige Pfunde von der eigentlichen Kraft differiren,

riren, welche diese Balken wirklich auf 16 Zolle gebogen haben würde.

Nehme ich nun indessen die Kraft $P = 924$ an, so ist für diese Balken $l = 25$; $L = 26\frac{1}{2}$; $C = \frac{4}{3}$; $c = \frac{11}{12}$; $b = h = 10$ Zolle; $B = H = 16$ Zolle; also

$$Q = \left(\frac{H}{h}\right)^4 \cdot \frac{l}{L} \cdot \frac{C}{c} \cdot \frac{l^2 + c^2}{L^2 + C^2} \cdot P.$$

Nun ist aber $\frac{H}{h} = 1{,}6$. und $\log\left(\frac{H}{h}\right)^4 = 0{,}8080800.$

$$\frac{l}{L} = \frac{250}{266}.\quad \log\frac{l}{L} = 0{,}9746941 - 1.$$

$$\frac{C}{c} = \frac{33}{48}.\quad \log\frac{C}{c} = 0{,}8372727 - 1.$$

$$\frac{l^2 + c^2}{L^2 + C} = \frac{626{,}77}{703{,}09}.\quad \log\frac{l^2 + c^2}{L^2 + C^2} = 0{,}9501392 - 1.$$

$$P = 924\ .\quad \log P = 2{,}9268567.$$

$$\log Q = \ .\ .\ 3{,}5442780.$$

$$Q = 3501 \text{ Pfund.}$$

Nach den von Hrn. von Wiebeking mit dem Balken B angestellten Versuchen bieget sich aber derselbe durch eine Kraft von 3345 Pfunden und 11 Zolle; die Rechnung gibt also hier 156 Pfund zu viel an.

Nun kann es wohl seyn, daß der Balken B nach seiner Natur, oder nach seiner größern Feuchte, oder nach beyden zugleich eine schwächere Biegung hatte, als der Balken A: da ich aber beym Nachrechnen der übrigen Versuche immer größere Kräfte finde, als jene angeben, so scheint die Zahl $P = 924$ bey der Construction der logistischen Scale etwas zu groß ausgefallen zu seyn. Die Interpolation gibt auch wirklich dieselbe etwas kleiner an; so daß also die construirte Biegungs-Function ganz den Versuchen des Hrn. von Wiebekings adäquat ist.

§. 3.

§. 3.

Die größte Biegung eines Balkens.

Immer aber findet die Biegung des Balkens seine Gränze in dem Moment, in welchem er knacket; es bricht von diesem Moment an seine äußerste gekrümmte Schicht an jener Stelle, in welcher die Dehnung ihrer Fibern größer als ihre filare Cohärenz wird; es bricht von diesem an, eine seiner Schichten nach der andern momentan, bis der schwebende Balken ganz abgebrochen ist.

Auf jeden Fall aber lässet sich der Balken, ehe er bricht, um so stärker biegen, je länger und dünner er ist! Die Länge und Höhe oder Stärke des Balkens constituirt daher die größere oder kleinere Senkung, oder Biegung, welche er bis zum Beginnen des Bruchs erhält.

Da nun die Bestimmung der größten Biegung des Balkens, bey welcher er zu knacken beginnt, auf die folgenden Untersuchungen den nächsten Einfluß hat, so habe ich mich bemühet, einen Ausdruck zu construiren, nach welchem diese Biegung, und mit ihr auch das Verhältniß derselben zur Länge des Balkens, wo nicht nach aller Schärfe berechnet, doch wenigstens überschlagen werden kann, welcher Ueberschlag in den meisten vorkommenden Fällen genüglich ist.

a. Um nun zuvörderst das Gesetz zu finden, in welchem diese größte Biegung des Balkens mit seiner Länge stehet, lege ich abermals die von Büffon angestellte, in der Tabelle (II.) aufgestellte Versuche zum Grunde, und vergleiche nach derselben zuvörderst die größten Biegungen gleich starker, aber ungleich langer Balken mit einander.

Nun knacket aber nach dieser Tabelle ein 5zolliger 10 Fuß langer eichener Balken, bey einer mittlern Biegung von $3\frac{1}{2}$ Zollen, während ein anderer gleich starker von 20 Fuß Länge erst mit 10zolliger Biegung knacket.

Es verhält sich aber

$$3\tfrac{1}{2} : 10 = 10 . \sqrt{10} : 20 . \sqrt{20} \text{ . beynahe.}$$

Bezeichnen daher (l) und (L) die Längen beyder Balken von einerley Holzart und übrigen Beschaffenheit; (g) und (k) aber ihre stärksten Biegungen; so wäre diesemnach

$$g : k = l^{\frac{3}{2}} : L^{\frac{3}{2}}.$$

das ist: die größten Biegungen gleichartiger und gleichstarker Balken verhalten sich wie die Quadrat-Wurzeln aus den Cubis ihrer Längen.

b. Haben die Balken einerley Längen, so lässet sich der eine um so stärker biegen, ehe er knacket, je dünner er in Vergleich mit dem andern ist.

Nach den Büffonschen Versuchen obiger Tabelle knacket z. E. der 5zollige 20 Fuß lange Balken mit 10 Zolle Senkung, wenn der 8zollige eben so lange schon mit 6 Zoll Senkung zu knacken beginnet.

Nun ist aber

$$\frac{1}{5 . \sqrt[3]{5}} : \frac{1}{8 . \sqrt[3]{8}} = 10 : 5{,}4.$$

Das Resultat der Rechnung weichet also von dem Versuch nur um $\frac{6}{10}$ Zoll ab.

Eben so knacken Balken von gleicher Stärke, in der Länge von 12 Fußen, mit $5\frac{1}{2}$ und 3 Zollen; und es ist wie vorhin

$$16 : 8{,}55 = 5\tfrac{1}{2} : 3 \text{ beynahe.}$$

Nach den durch Hrn. von Wiebeking angestellten in dessen Brückenbaukunde S. 78. angeführten Versuchen, began-

begannen ferner fichtene Balken in 53 Fuß Länge, bey einer Stärke von 10 und 16 Zollen in einer Biegung von $37\frac{3}{4}$ und 20 Zollen zu knacken: und es ist deswegen für diese Balken

$$\frac{1}{10 \,.\, \sqrt[3]{10}} : \frac{1}{16 \,.\, \sqrt[3]{16}} = 37\tfrac{3}{4} : 20{,}1;$$

Die Rechnung stimmt daher mit dem Versuch ganz überein.

Da nun dieser Ausdruck außer den eichenen Balken auch für fichtene zupasset, so lässet sich vermuthen, daß er auch für andere Holzarten anwendbar seye, über welche seither keine Versuche öffentlich bekannt gemacht worden sind. Es ist übrigens zu bedauern, daß wir noch keine Versuche haben, die im Großen mit 3 und mehrmal längern Balken angestellt worden sind, um nach denselben prüfen zu können, ob dieser Ausdruck auch für die höhern Längen-Functionen passe? Doch ist derselbe für gegenwärtige Absicht genüglich, weil die Brückenhölzer höchstens 40 bis 60 Fuß lang sind, also in ihrer Länge höchstens um die Hälfte differiren.

Sind nun beyde Balken in ihren Längen und Höhen verschieden, so kann man bis dahin annehmen, daß sich ihre größte Biegungen, in welchen sie zu knacken beginnen, verhalten

$$g : k = \frac{l^{\frac{3}{2}}}{h^{\frac{4}{3}}} : \frac{L^{\frac{3}{2}}}{H^{\frac{4}{3}}}.$$

Beginnet nun ein 10zolliger 53 Fuß langer fichtener Balken, bey einer Biegung von $37\frac{3}{4}$ Zollen, schon in seinen Fasern etwas zu reissen, so würde er in einer Länge von 50 Fußen abgeschnitten, schon bey einer geringern Biegung in diese Umstände kommen; oder es ist in diesem Fall nach diesen Ausdruck für ihn:

$$53 . \sqrt{53} : 50 . \sqrt{50} = 37\tfrac{3}{4} : k; \text{ oder}$$

$$385,84 : 353,50 = 37\tfrac{3}{4} : k;$$

$$\text{mithin } k = 34,35 \text{ Zolle.}$$

Bey dem Balken würden also schon einige seiner Fibern reissen, wenn er bis auf 34,35 Zolle gebogen würde.

c. Da die Ausfindung der größten Biegung eines Balkens, wobey seine Fibern schon in etwas zu reissen beginnen, für die folgenden Untersuchungen von grosser Wichtigkeit ist, so habe ich diese Biegungen für ausgetrocknete fichtene Balken von 10 bis 21 Zollen, bey 50 Fuß Länge, in folgender Tabelle zusammengestellt.

Länge der Balken 50 Fuße.

Stärke.	Biegung.	Stärke.	Biegung.
10 Zoll	34,35 Zolle	16	18,3 Zolle
11	30,2	17	16,9
12	26,9	18	15,7
13	24,2	19	14,6
14	21,9	20	13,6
15	20	21	12,8

Weiß man nach dieser Tabelle die größte Biegung, welche ein fichtener Balken von 50 Fuß Länge, in gegebener Stärke leiden mag, bis einige seiner Fibern zu reissen beginnen, so kann man seine größte Biegung auch für jede andere Länge finden.

Es sey z. E. der Balken bey einer Stärke von 15 Zollen nur 40 Fuße lang, so ist nach der Analogie

$$50 . \sqrt{50} : 40 . \sqrt{40} = 20 : 14,3.$$

Die-

Dieser Balken würde also in dieser Länge höchstens bis auf 14,3 Zolle gekrümmt werden dürfen.

Wenn daher dieser Balken in trocknem Zustande nur auf 13 Zolle gebogen wird, so ist man sicher, daß ihm nicht zu viel geschiehet; es wäre denn, daß er in seiner Substanz Aeste, oder andere heterogene Theile hätte, welche die Continuität derselben unterbrechen.

d. Uebrigens lehret dabey noch die Erfahrung, daß die Krümmung, welche ein Balken bis zu seinem Knacken annehmen mag, noch in Beziehung seye, mit der Vorrichtung, über welcher er sich krümmet.

Es krümmet sich nemlich der Balken über einem Lehrgerüste, oder wenn er statt dessen auf einem andern aufliegend, gleichzeitig mit diesem gebogen wird, stärker, als wenn man ihn nur über einer oder der andern Unterlage krümmet.

In letztern Umständen bieget sich nemlich der an seinem einen Ende fest gemachte Balken, an seinem andern Ende nach einer um so kürzern Sehne, je weniger Unterlager er hat, und dehnet dadurch die Fibern in seiner Mitte um so stärker, während das Unterlager sich in seine untere Seite eindrücket.

Wird hingegen der Balken auf einem Lehrbogen gekrümmet, auf welchem er sich nach und nach ganz auflegen kann, so vertheilet sich die Dehnung continuirlicher, oder sie wirkt nicht auf seine Mitte so stark, und der Balken läßt sich deswegen um so stärker biegen, ehe er knackt.

Werden mehrere Balken gleichzeitig auf einander liegend gebogen, so gibt immer einer dem andern eine continuelle Unterlage ab, und die Balken werden durch die biegende Kraft nicht nach jener kurzen Sehne gebogen, nach welcher sich der einzelne auf seinen Unterlagern biegen muß.

Als bey den durch Hrn. von Wiebeking auf dem Bauhof zu München angestellten Versuchen, 3 fichtene Balken zu 10 Zollen bey 50 Fußen Länge, auf einander liegend gebogen wurden, bog sich der oberste Balken auf 46 Zolle, ehe er knackte; da er einzeln gebogen, sich höchstens auf 35 Zolle gebogen haben würde. S. 78. der Brückenbau-Kunde.

e. Theilet man die größte Biegung, welche ein Balken, bis er zu knacken beginnet, erhält, durch seine Länge, so gibt der Quotient seine größte Krümmungs-Quote, oder Krümmungs-Ordinate. Der 10zollige 53 Fuß lange Balken krümmte sich bis auf $37\frac{3}{4}$ Zolle, ehe seine Fibern zu reissen anfiengen; es ist daher seine größte

Krümmungs-Quote $= \frac{37\frac{3}{4}}{53 \cdot 12} = \frac{2544}{151} = \frac{1}{17}$ beynahe.

§. 4.

Reaction eines gebogenen Balkens.

Nun werden aber vierkanntig zugehauene Balken, vor ihrer Verwendung zu Bogen-Brücken, auf eigends hiezu aufgerichteten Lehrgerüsten gebogen, deren Lehrbogen immer circularisch ist, und deren Halbmesser dem Halbmesser der Brücke gleich kommt, bey welcher die zu krümmende Balken Anwendung finden sollen.

Das Lehrgerüste ruhet immer auf dem Werksatz, der auf dem festen Lande errichtet wird, und aus in den Boden eingerammten Klötzern bestehet, über welchen andere Querhölzer liegen, welche dem Gerüste die Unterlage abgeben.

Ueber dieses werden runde Klötzer in gewissen Abständen und nivellirten Höhen dermassen gelegt, daß die höchsten Puncte derselben sämmtlich in einer Kreis-Linie liegen, die mit der Kreis-Linie der Bogen der zu erbauenden

den Brücke ganz überein kommt; diese höchste Puncte jener Klötzer constituiren also den **Lehrbogen** des Lehrgerüstes.

Auf diesem Lehrgerüste werden nun die vierkanntig zugehauene Balken, durch Hebel und Winden gebogen, zusammen geschifftet, und durch angebrachte Zwingen in ihrer circularischen Form erhalten: man bieget eine Balken-Lage über der andern, und läßt so den ganzen, aus seinen Curven-Lagen sich constituirenden Brücken-Bogen, einige Monate durch seine Zwingen, zwischen welchen nach Umständen Keile eingetrieben werden, zusammen gehalten, sich selbst über; bis die numerirten, gekrümmten Balken, nachgehends für ihre Bestimmung abgenommen, und des Orts der Brücke verwendet werden.

Liegt nun ein Balken auf einem Klotz A des Gerüstes auf, und wird nach dem andern Klotz B herunter gebogen, so verläuft er sich also in der Tangente der Krümmung des Klotzes B; er verläuft sich eben so in der Tangente des Klotzes C, wenn er auch nach diesem herunter gebogen, und also feste gehalten wird; er verläuft sich eben so nach der Tangente des Klotzes D, wenn indessen ein anderer an ihn geschifftet wird, wenn eine Zwinge beyde in der Schifftung hält, und macht mit letzterem dadurch ein Ganzes aus.

Da nun die Klötzer A „B „C... so wie alle übrige auf dem Werksatz **gleichweit** von einander abstehen, so biegen sich gleiche Längen des Balkens auch immer um gleichviel; der Balken findet auf jedem Klotz ein neues Unterlager; die **Kräfte**, durch welche der Balken über jeden Klotz gebogen wird, sind daher auch **unter sich gleich groß**; und die Zwingen, welche die Balken ihres Orts in ihrer angenommenen Krümmung erhalten, leiden also anfänglich einen Druck, welcher der Kraft gleich ist, mit welcher allda die Balken gebogen wurden.

Ist

Ist z. E. ein Klotz von dem andern 25 Fuße entfernet, so erfordern 3 fichtene Balken von 50 Fußen, in 10 Zoll Vierung, eine biegende Kraft von 2700 Pfunden; es hält daher auch anfänglich jede Zwinge einen Druck von 2700 Pfunden aus.

a. Nach der Ansicht (§. 1. II.) werden ferner bey dem Krümmen des Balkens die Hüllen seiner Stoffe über seiner Indifferenz-Schicht zur Seite, oder in ihren kurzen Axen, und unter derselben in ihren Scheiteln, oder in ihren langen Axen um so mehr zusammen gedrückt, je stärker der Balken gebogen wird; es nimmt dabey ihre Elasticität in gewissem Grade mit der Zusammendrückung zu, und der Balken verliehrt nach Umständen an seinen incolirenden Stoffen, die aus ihm ausgepreßt werden.

In diesem Zustande streben nun die Hüllen seiner Stoffe, durch den Ueberschuß ihrer gewonnenen Elasticität, stetig einen Raum zu gewinnen, in welchem sich ihre natürliche Elasticität wieder herstellen könnte, welche sie in dem natürlichen geraden Zustand des Balkens hatten: es reagiret deswegen der Balken durch den Ueberschuß der Elasticität der ihm verbliebenen Stoffe; er wirket nach derselben der biegenden Kraft entgegen, und strebet seinen natürlichem Zustand wieder herzustellen.

Wäre nun der Balken vor seinem Biegen so ausgetrocknet, oder gleichsam ausgedörrt gewesen, daß er während des Biegens gar keine ihm incolirende Stoffe mehr hätte verliehren können, so würde er mit dem totalen Ueberschuß der Elasticität, welche seine Stoffe gewonnen haben, der biegenden Kraft reagiren; er würde so, wie diese cessiret, seine Biegung ganz verliehren, und sich in seinen natürlichen geraden Zustand einschwingen: es ist in diesem Falle seine Reaction der biegenden Kraft selbst gleich.

Je

Je mehr hingegen der Balken nach seinem nassen Zustande an seinen incolirenden Stoffen bey seinem Krümmen verliehren könnte, um so mehr gewinnen die Hüllen seiner angestammten und ihm sonst verbliebenen Stoffe, Raum für sich, in welchen sie sich ausbreiten können, und der gewonnene Ueberschuß ihrer Elasticität wird dadurch um so geringer, mithin die Reaction des Balkens um so schwächer: er schwingt sich deswegen, so wie die biegende Kraft aufhöret, nicht mehr in seine gerade Form zurück, sondern verharret in einer Krümmung, deren Halbmesser größer, als der Halbmesser seiner vorigen Krümmung ist.

Könnte daher ein Balken an seinen incolirenden Stoffen so viele verliehren, daß die Hüllen seiner eigenen und sonst ihm noch verbliebenen Stoffe, sich in einen Raum verbreiten könnten, wobey sich die Elasticität ihres natürlichen Zustandes ganz wieder herstellet, so würde der gekrümmte Balken gar nicht mehr reagiren, sondern in der Krümmung beharren, welche er auf dem Lehrgerüste annehmen muste; er würde so lange diese Form beybehalten, als nicht äußere Umstände seinen Zustand ändern.

Wird die Luft, welche den sich überlassenen Balken umgibt, wärmer, so nimmt die noch bestehende Elasticität der Hüllen seiner Stoffe mit der Wärme zu, und der Balken gehet in seinen Schenkeln aus einander, oder er schwinget sich in eine Curve von noch größerem Halbmesser: er gehet hingegen an seinen Schenkeln um so enger zusammen, oder krümmet sich nach einem kürzern Halbmesser, je kälter die Luft wird, die ihn umgibt.

Kann der Balken bey der nemlichen Temperatur der Luft, nach der Dichte und Trockne derselben, oder durch trockne Winde, noch einen Theil seiner incolirenden Stoffe verdünsten, so gewinnen die Hüllen seiner übrigen

gen Stoffe den Raum für sich, welchen die verflüchtigten Stoffe zuvor eingenommen hatten; es wird dadurch ihre Elasticität um so geringer, und der Balken ziehet sich in seinen Schenkeln zusammen, oder krümmet sich nach einem kleinern Halbmesser.

Kann hingegen der Balken in seinem gekrümmten Zustande durch seine vacante Kräfte aus feuchter Luft, noch nasse Stoffe einsaugen, so verengert sich für seine übrige der Raum um den Raum der eingesogenen; es nimmt dadurch die Elasticität ihrer Hüllen mit ihrer Zusammendrückung zu, wornach der Balken um so stärker reagiret, und sich in eine Curve von größerem Halbmesser ziehet.

b. Wüßte man nun aus der Erfahrung, um wie viel nach gewissen Halbmessern auf ihren Lehrgerüsten gekrümmte Balken zurückgehen oder ausweichen, wenn sie nach einiger Zeit von demselben frey werden, so könnte man nach derselben das Gesetz der Reaction ausmitteln!

Allein so wie uns überhaupt noch die nöthigen Versuche über die gänzliche Constatirung des Krümmungs-Gesetzes abgehen, so fehlen uns rücksichtlich dessen, die nöthigen Data fast gänzlich; wenigstens habe ich außerdem, was Hr. von Wiebeking in der Brückenbau-Kunde S. 15. über das Ausweichen gekrümmter Balken anführet, in gedruckten Schriften nichts ausfinden können.

Es bemerket nemlich derselbe allda, daß fichtene Balken, von 13 bis 15 Zoll Höhe, und 12 bis 13 Zoll Breite, bey 65 Fuß Länge, nachdem sie auf ihren Lehrgerüsten um $\frac{1}{35} .. \frac{1}{33}$ ihrer Länge gebogen worden, und auf denselben zwey Monate in diesem gespannten Zustande verharrten, nachgehends um $\frac{1}{5} .. \frac{1}{3}$ ihrer Biegung zurück giengen, nachdem sie von den Lehrgerüsten frey wurden.

Bey

Bey der Augsburger Brücke giengen nach S. 28. der Brückenbau-Kunde, die auf 15 bis 18 Zoll gebogenen Balken, wohl gar auf 7 .. 8 Zoll zurück, nachdem sie 2 .. 3 Monate auf dem Werksatz verblieben waren.

Hätte nun keiner der Balken, während dieser Zeit an seiner natürlichen Elasticität, etwas verlohren, so würde jeder derselben sich nachgehends wieder in seine natürliche gerade Form zurück geschwungen, oder seine Biegung gänzlich verlohren haben. Hätte statt dessen jeder Balken seine natürliche Elasticität ganz verlohren, so würde er die Krümmung auch nachgehends gänzlich beybehalten haben, die er auf dem Lehrgerüste annehmen muste.

Da nun statt dessen die Balken um $\frac{1}{7}$ bis $\frac{4}{9}$ ihrer Biegung zurück giengen, so hatten sie $\frac{4}{7}$ bis $\frac{5}{9}$ ihrer natürlichen Elasticität verlohren, und giengen nur noch mit $\frac{1}{7}$ bis $\frac{4}{9}$ der Kraft zurück, welche sie gebogen hatte; ihre Reaction war mithin noch $\frac{1}{7}$ bis $\frac{4}{9}$ der Kraft, welche sie gebogen hatte.

Für einen Balken, der seine Biegung ganz verliehret, ist demnach seine Reaction seiner biegenden Kraft gleich; sie ist für jenen $= 0$, der ganz stehet, oder seine Biegung ganz beybehält; sie ist für einen andern, der um $\frac{1}{7}$ seiner Biegung zurück tritt, noch $\frac{1}{7}$ seiner biegenden Kraft; und es fallen daher die Reactionen jener Balken zwischen die Gränzen $\frac{1}{7}$ und $\frac{4}{9}$ ihrer sie biegenden Kräfte hinein.

Es werde z. E. ein Balken A von 50 Fuß in 10 Zoll Vierung durch eine Kraft von 900 Pfunden um 16 Zolle gebogen, und der Balken geht nachgehends um 4 Zolle zurück; so ist seine Reaction noch $\frac{4}{16} \cdot 900 = 225$ Pfunde; er würde mit dieser Kraft gegen Widerlager drücken, wenn er zwischen denselben in einer Biegung von 16 Zollen verharren müste.

c. Eben

c. Eben dieses findet auch im Großen statt, wenn ein Bogen aus mehrern solcher Balken dergestalt zusammen geschifftet ist, daß er einen continuirlichen ganzen vorstellet.

Würde dieser Bogen aus gleichartigen, gleichstarken und gleichgekrümmten Balken zusammen gesetzt, deren jeder mit seiner vollen Elasticität sich gerade zu schwingen strebet, so würde auch er als Ganzes sich gerade schwingen, wenn er sich selbst überlassen wird: er würde statt dessen bestehen, wenn die Reaction aller seiner Balken = o wäre; er wird sich hingegen um $\frac{1}{7}$ seiner Biegung zurück ziehen, wenn jeder seiner Balken um $\frac{1}{7}$ seiner Biegung zurück weichet.

Einen solchen Bogen stelle nun in Fig. (2.) die Linie PAE vor; seine Oeffnung oder Weite sey PE; seine Höhe AM, und sein Krümmungs-Halbmesser AC.

Dieser Bogen sey ferner aus lauter gleichartigen, gleichstarken und auf gleiche Längen gleichstark gekrümmten Balken zusammen geschifftet; und insbesondere stelle LAB seinen Schluß-Balken vor, der auf einem Lehrgerüste von dem Halbmesser AC durch eine Kraft P um AQ in seiner Sehne LB gebogen werden mochte.

Dieser Balken so wie jeder andere gehe nachgehends um $WQ = \frac{1}{n} AQ$ zurück, wenn er von dem Lehrgerüste herunter kommt, und verwerfe sich in die Curve lAg; so wird er auch durch eine Kraft $\frac{1}{n}$ P wieder in seine vorige Krümmung zurückgebracht werden können.

Bezeichnet ferner der Buchstabe U die Kraft, welche auf den Bogen in FE drücken müßte, um ihn in seine vorige Krümmung zurückzubringen; so würde für ein einfaches Curvenlager, oder für einen einfachen Bogen, nach §. 2. III., seyn:

$$\frac{1}{n} P : U = \frac{AQ}{QB.(QB^2 + AQ^2)} : \frac{AM}{ME.(ME^2 + AM^2)}.$$

Bestün-

Bestünde nun der Bogen aus (q) über einander liegenden Curvenlagern, so würde auch seyn

$$U = \frac{AM}{AQ} \cdot \frac{QB.(QB^2+AQ^2)}{ME.(ME^2+AM^2)} \cdot \frac{q}{n} P.$$

Nun bieget aber, nach §. 3., eine Kraft von 2700 Pfunden 3 über einander liegende fichtene Balken von 50 Fuß in 10 Zolle Vierung auf 16 Zolle; es wird daher auch eine Kraft von 10372 Pfunden 3 über einander liegende Balken von 50 Fuß in 14 Zollen Vierung eben so stark biegen; weil $10^4 : 14^4 = 2700 : 10372$ ist.

Es sey nun der Bogen PAE aus lauter Balken von 14 Zollen Vierung, in 3 Balken-Lagern aufgesetzt, in einer Höhe AM von 12 und einer Weite PE von 159 Fußen; und jeder seiner Balken gehe, nachdem er von dem Lehrgerüste herunter genommen wird, um die Hälfte seiner Biegung zurück.

Für diesen Bogen ist daher $AQ = 16$ Zolle $= \frac{4}{3}$ Fuße; $QB = 25$; $AM = 12$; $ME = 79{,}5$; $\frac{1}{n} P = \frac{1}{2} . 10372$;

mithin $U = 1456$ Pfunde.

Wenn daher der Bogen zwischen seinen Widerlagern aufgerichtet stehet, so drückt er auch jedes derselben durch seine Reaction mit einer Kraft von 1456 Pfunden.

§. 5.

Function der natürlichen Tragbarkeit eines Balkens.

a. Ist die Kraft oder Last, welche den Balken bieget, so groß, daß sie die Enden der Fäden der Oberfläche seiner gekrümmten Seite in Abstände dehnet, die größer als die Wirkungs-Weite ihrer Anziehung, oder als ihre filare Cohärenz ist, so reissen jene Schichten ab, welche in jene Umstände kommen müssen; und der Balken fängt

mit der stetigen Folge dieses Abreissens zu knacken an, welchem sein Bruch selbst, geschwinder oder langsamer, folget, wenn die Last fortwährend auf ihm verharret.

Diese Last ist nun in ihrer Art ein Maximum, und der Balken vermag gerade noch eine Last (p) zu tragen, die etwas Weniges kleiner als jene ist; er erhält unter dieser Last seine größte Biegung; die Last p ist also das Maaß seiner natürlichen Tragbarkeit.

Wüste man für zwey Balken A und B von gleichen Dimensionen die Kräfte (p) und (q), die, wenn jede nur um etwas Weniges verstärkt würde, die Balken knackend machen, so hätte man durch dasselbe auch das Verhältniß der natürlichen Tragbarkeit beyder Balken gefunden.

Wäre z. E. die eine Kraft $p = 25$, und die andere $q = 50$ Centner, so wäre die natürliche Tragbarkeit in dem Verhältniß $1 : 2$; oder die Tragbarkeit des B Balkens wäre 2mal größer als die des A Balkens, der mit ihm gleiche Dimensionen hat.

Nun lehret aber die Erfahrung, daß ein Balken um so mehr zu tragen vermag, je kürzer, stärker und breiter er ist.

Um nun die Function zu entwickeln, in welcher die Tragbarkeit eines Balkens mit seinen Dimensionen stehet, lege ich die Büffonschen mit eichenen Balken angestellte Versuche zum Grunde, und setze hier das Resultat derselben in folgender Tabelle bey.

Tabel-

Tabelle III.

Länge der Balken.	Dicke im Quadrat.				
	4 Zoll	5 Zoll	6 Zoll	7 Zoll	8 Zoll
Fuße	Pfund	Pfund	Pfund	Pfund	Pfund
7	5312 5901	11525	18950 19916	32200 31624	48100 47198
8	4550 5011	9787	15525 16913	26010 26857	39750 40089
9	4025 4253	8308	13150 14357	22350 22798	32800 34031
10	3612 3648	7125	11250 12312	19475 19551	27750 29184
12	2987 3110	6075	9100 10497	16175 16670	23450 24883
14		5100	7475 8813	13225 13995	19775 20889
16		4350	6362 7516	11000 11936	16375 17817
18		3700	5562 6393	9425 10153	13200 15151
20		3225	4950 5573	8275 8849	11487 13209
22		2975			
24		2162			
28		1775			

b. Um nach diesen Versuchen die Function der brechenden Kräfte für Balken von verschiedenen Dimensionen auszumitteln, bezeichne ich für einen Balken A, seine Länge, Höhe und Breite mit den Buchstaben l „ h „ b, und seine brechende Kraft mit p. Auch bezeichnen für einen gleichartigen Balken B die Buchstaben L „ H „ B „ q gleichartige Dinge.

Wollte man nun für Balken von einerley Höhe und Breite, nach der gewöhnlichen Theorie, ihre brechenden Kräfte, in verkehrtem Verhältniß ihrer Längen setzen, so würden diese für Balken von 7 Fuß und 28 Fuß, bey 5 Zoll Vierung, die brechende Kraft für letztern Balken zu 2881 ergeben, statt dessen sie aber wirklich nur 1775 ist.

Eben so würde die brechende Kraft seyn

für Balken von 20 Fußen	4023;	ist aber nur	3225.
- - - - 16 - -	5042	- - -	4350.
- - - - 12 - -	6723	- - -	6075.
- - - - 10 - -	8067	- - -	7125.

Auf jeden Fall gibt also jener Satz die brechende Kräfte für gleichartige Balken von einerley Stärke immer viel zu groß an.

Ich habe daher ein diesen Versuchen besser anpassendes Verhältniß ausgemittelt, das sich folgendermaßen ausdrückt.

Hatte der Balken B einerley Stärke mit dem Balken A, so bezeichne nun (u) seine brechende Kraft; so wird seyn

$$p : u = \frac{1}{l \,.\, \sqrt[3]{l}} : \frac{1}{L \,.\, \sqrt[3]{L}}.$$

Dieß Verhältniß gibt für Balken von 7 „ 14 „ 28 Fuß die brechende Kräfte 11525 „ 5000 „ 1813; statt dessen die Balken wirklich durch 11525 „ 5100 „ 1775 Pfund gebrochen wurden. Wenn man sich nun aus der Tabelle

belle III. überzeuget, wie stark selbst unter gleichartigen Balken von gleichen Dimensionen die brechenden Kräfte von einander verschieden sind, so mag jenes Verhältniß immer noch genüglich passend seyn.

c. Für gleichartige Balken von gleichen Längen gibt ferner die Theorie an, daß sich bey quadratischen Balken ihre brechende Kräfte wie die Cubi ihrer Höhen verhalten.

Statt dessen habe ich nach diesen Versuchen das Verhältniß $h^2 . \sqrt[10]{h^9}$ ausgemittelt. Da aber dieses von jenem nicht viel verschieden ist, und die Brechbarkeit gleichartiger Balken in gleicher Stärke an und für sich auffallend differiret; so mag jenes Verhältniß, welches theoretische Principien lehren, immer noch geltend seyn.

So wäre also für gleichartige Balken von gleichen Längen

$$u : q = h^2 . b : H^2 . B; \text{ mithin auch}$$

$$p : q = \frac{h^2 . b}{l . \sqrt[3]{l}} : \frac{H^2 . B}{L . \sqrt[3]{L}}.$$

Beginnet ein Balken von gegebener Holzart mit (n) Pfunden zu knacken, wenn ein anderer von gleichen Dimensionen, aber von anderer Holzart, unter den nemlichen äußern Umständen, mit (m) Pfunden zu knacken anfängt, so verhalten sich die natürlichen Tragbarkeiten beyder Balken, oder überhaupt ihrer Holzarten, wie n : m.

Dieß Verhältniß ist für Eichen und Fichten, der Erfahrung zufolge, wie 5 : 4; es ist daher die absolute Tragbarkeit des Fichtenholzes nur $\frac{4}{5}$ des eichenen Holzes.

In der größten Allgemeinheit ist daher auch für ungleichartige oder für Balken von verschiedenen Holzarten

$$p : q = \frac{n . h^2 . b}{l . \sqrt[3]{l}} : \frac{m : H^2 . B}{L . \sqrt[3]{L}}.$$

 d. Redu-

d. Reduciret man den Balken von 20 Fußen, und 8 Zoll Vierung, der Tabelle III., auf Münchner Maaß und Gewicht, von welchem hier durchgehends die Rede ist, so findet man, daß ein fichtener Balken von 22 Münchner Fußen, und 9 Zoll Vierung, unter einer Last von 9224 Münchner Pfunden zu knacken beginnet.

Für diesen Balken wäre also $p = 9224$; $l = 22$ Fuß; $h = b = 9$ Zolle.

Wollte man nun die Last (q) berechnen, unter welcher ein fichtener Balken von 50 Fuß und 12 Zoll Vierung knacket, so wäre hier $L = 50$; $H = B = 12$; mithin

$$9224 : q = \frac{q^3}{22.\sqrt[3]{22}} : \frac{12^3}{50.\sqrt[3]{50}} = \frac{27}{11.3,68} : \frac{6}{25.3,684};$$

oder $q = 7110$ Pfund.

Der nemliche Balken würde daher auch bey einer Länge von 58 Fußen schon mit 5828 Pfunden zu knacken anfangen.

§. 6.

Tragbarkeit vierkanntiger Balken in gespanntem Zustande.

Diese natürliche Tragbarkeit des Balkens nimmt zu, wenn er gebogen, zwischen festen Widerlagern sich stemmen kann; sie nimmt um so mehr zu, je stärker der Balken gebogen wird, oder je mehr er sich spannet!

Durch das Biegen des Balkens wird nemlich seine obere und untere Seite dichter, und die filare Cohärenz der Stoffe seiner hohlen Seite nimmt um so stärker zu, je näher sie sich durch das Biegen kommen (§. 1. II.); der Balken wird also, indem er sich gebogen gegen Widerlager anstemmet, steifer oder stabiler und kann deswegen

wegen auch eine größere Last, als in seinem natürlichen Zustande tragen!

Wenn daher auf die Mitte eines aufrecht gekrümmten, zwischen festen Widerlagern gespannten Balkens eine Last drücket, so wirket sie zunächst gegen die filare Cohärenz der Stoffe seiner hohlen Seite, und strebt diese in größere Abstände zu drängen. Soll nun der Balken sich in seiner Mitte biegen, so muß die Last jene Cohärenz überwiegen; sie drücket den Balken durch den Ueberschuß ihres Drucks über jene Cohärenz flächer.

a. Wären bisher mehrere Versuche über die Stabilitäten, und mit denselben in geradem Verhältniß stehende Tragbarkeiten gekrümmter Balken angestellt worden, so könnte man nach denselben die Function ausfinden, nach welcher die Tragbarkeit der Balken mit ihrer Krümmung zunimmt! Da aber auch in diesem Stücke vielleicht noch nichts gethan, oder wenigstens nicht öffentlich bekannt worden, so mußte ich mich begnügen, Versuche im Kleinen anzustellen, um jener Function wenigstens nahe zu kommen.

In dieser Absicht bog ich jenen Stab von 5600 Länge, 90 Breite und 30 Höhe (§. 2. II. d.) in verschiedene Krümmungen, während er immer zwischen festen Widerlagern gespannt war, und legte jedesmal auf seine Mitte jenes Gewicht auf, das den Stab auf 250 herunter gebogen hatte, als er frey mit seinen Enden auf seinen Unterlagern lag; und fand dabey für folgende Biegungen auch folgende Senkungen.

Biegung.	Senkung.
625	4
420	6
370	8
250	10
125	20
70	37

Anmerkung.

Als der Stab nun auf 60 gebogen war, schwang er sich unter dem aufliegenden Gewicht hohl, und sank mit demselben auf die negative Biegung von 250 herunter.

Nach diesen Versuchen scheinen die Senkungen des Stabs, wenigstens für starke Biegungen, in verkehrtem Verhältniß mit seinen Biegungen zu stehen; so daß, wenn z. E. die Biegung nochmal so groß wird, die Senkung unter der nemlichen Last nur halb so groß als zuvor ist.

Je weniger aber der Stab unter der nemlichen Last, als gespannter sich bieget, um so mehr hat seine Stabilität, und mit derselben auch seine Tragbarkeit zugenommen; oder seine Tragbarkeit verhält sich verkehrt, wie seine Senkung; oder directe, wie seine Biegung. Sinkt z. E. der Stab bey einer Biegung von 370 und 620 Theilen um 8 und 4 Theile, so verhalten sich seine Tragbarkeiten wie $\frac{1}{8} : \frac{1}{4} = 4 : 8$, oder wie $1 : 2$, und der Balken hat in der Biegung 620 eine zweymal größere Tragbarkeit, als bey der Biegung 370.

Wird

Wird der Stab auf 250 aufwärts gebogen, so hat wenigstens seine Mitte die nemliche Spannung, und befindet sich in den nemlichen Umständen, in welchen sie ist, wenn der Stab an seinen Enden aufliegend, mit dem nemlichen Gewicht sich auf 250 senket.

Nun senket er sich aber um 250 aufwärts gespannt, um 10 Theile, da er in seinem natürlichen Zustande als gerader sich unter der nemlichen Last um 250 senket: es muß daher seine natürliche Tragbarkeit, zur Tragbarkeit jenes gespannten Zustandes, wie 10 : 250 oder wie 1 : 25 sich verhalten; oder letztere Tragbarkeit muß erstere 25 mal übertreffen.

Ist der Stab nur auf 70 gebogen, so verhält sich seine Tragbarkeit bey 250 Biegung zu dieser, wie 250 : 70; und es verhält sich daher auch seine natürliche Tragbarkeit, zu seiner Tragbarkeit mit 70, wie 25 : 7 = 10 : $2\frac{4}{5}$; oder seine Tragbarkeit ist bey jener geringen Biegung, nur $2\frac{4}{5}$ mal größer, als seine natürliche.

b. Wollte man im Großen für Balken das Verhältniß ihrer natürlichen Stabilität, oder ihrer natürlichen Tragbarkeit, zu der Tragbarkeit ihres gespannten Zustandes ausfinden, so müßte man Balken an ihren Enden aufliegend, unter einer Last biegen; und diese Last auf sie im gebogenen Zustande legen; es würde das Verhältniß der beyderseitigen Senkungen, auch das Verhältniß der verlangten Tragbarkeiten seyn. Sinket z. E. ein Balken in seinem geraden Zustande um 24 Zolle, im gekrümmten aber unter der nemlichen Last um 3 Zolle, so würde die Tragbarkeit seines gespannten Zustandes, $\frac{24}{3}$ oder 8 mal größer, als seine natürliche seyn.

Ich versuche es nun, dieß Verhältniß für jenen Balken auszumitteln, welchen Hr. von Wiebeking in der Brückenbau-Kunde S. 80. anführet.

Auf den Werk-Platz der Vilshofer Brücke wurde ein fichtener nicht zu trockener Balken, von 58 Fuß und 12 Zoll Vierung, auf 44 Zolle gebogen. Als man nun die Unterlager herauszog, und durch Widerlager den Balken in seiner Form erhielt, senkte sich dieser im Scheitel um 5 Zolle, nachdem man allda 2 Eichen von 96 Centnern aufgelegt hatte.

Nach den in (§. 2. d.) angeführten Versuchen, bieget sich aber ein fichtener Balken von 50 Fuß und 10 Zoll Vierung, durch eine Kraft von 900 Pfunden auf 16 Zolle! Es wird sich daher auch nach der Biegungs-Function (§. 2. III.) jener Balken, durch eine Kraft von 3247 Pfunden, auf 44 Zolle biegen.

Bieget sich nun dieser Balken durch 96 Centner auf 5 Zolle, so würde er sich durch 32 Centner wenigstens um einen Zoll senken; weil für die 3fache Last nach (§. 2. I. a.) das Verhältniß 14 : 3 bestehet.

Als ich ferner bey den (§. 2. II.) angeführten Versuchen den Stab in der Mitte auflegte, und das nemliche Gewicht, das ihn an seinen Enden aufliegend um 250 niedersenkte, nun an das Ende des einen Arms anbrachte, sank dieß Ende auf 625 Theile des Nürnberger Fußes nieder!

Es ist daher die Biegung des Stabs in gerader Richtung nur $\frac{250}{625}$ oder $\frac{2}{5}$ seines doppelarmichten Hebels.

Wäre es nun erlaubt, vom Kleinen auf das Große zu schließen, so würde dieser Balken an seinen Enden aufliegend, unter der Last von 32 Centnern, sich auf $\frac{2}{5} . 44$ oder $17\frac{3}{5}$ Zolle biegen; es würde sich daher auch seine natürliche Tragbarkeit, zu der Tragbarkeit seines gespannten Zustandes, in welchem er auf $\frac{44}{12.58}$ oder nicht gar $\frac{1}{16}$ seiner Länge gebogen ist, wie $1 : \frac{17\frac{3}{5}}{1}$ verhalten; oder letztere Tragbarkeit würde seine natürliche $17\frac{3}{5}$ mal übertreffen;

treffen; das ist: eine Last, die ihn in seinem natürlichen Zustand in seiner Mitte um einen Zoll bieget; die nemliche Last bieget ihn in seinem um $\frac{1}{18}$ seiner Länge gebogenen Zustand nur $\frac{1}{17\frac{3}{5}}$ Zoll.

Um das bisher gezogene Resultat mit der Erfahrung zu controlliren, kam mir alles darauf an zu prüfen, ob sich der Balken von 58 Fuß Länge und 12 Zoll Vierung, unter einer Last von 32 Centnern, auch wirklich auf $17\frac{3}{5}$ Fuße senket, wie ich dieß aus der sehr gewagten Zusammenstellung mit meinem Stab abgeleitet habe.

Nun fand ich aber, daß ein solcher Balken bey einer Länge von 50 Fußen und 12 Zoll Vierung, unter einer Last von 7110 Pfunden, zu knacken beginnet (§. 5.); er kommt in diese Umstände bey einer Länge von 58 Fußen schon mit 5828 Pfunden.

Nach der Tabelle §. 5. c. ist ferner die größte Biegung für den 50fußigen ausgetrockneten Balken bey 27 Zolle; es ist diese Biegung bey einer Länge von 58 Fußen noch größer, oder 32,8 Zolle.

Es ist nemlich $50 . \sqrt{50} : 58 . \sqrt{58} = 27 : 32{,}8$.

Auf diese Biegung würde sich also der 58 Fuß lange Balken, unter einer Last von 5828 Pfunden, in seiner Mitte herunter senken.

Biegen ihn nun 5828 auf 32,8, so biegen ihn 3247 Pfund höchstens auf $17\frac{3}{10}$ Zolle; statt dessen obige Combination $17\frac{3}{5}$ angibt; so daß sich also die aus dieser Senkung bisher gezogene Resultate genüglich verificiren!

Ich nehme daher in einer runden Zahl an, daß die Tragbarkeit dieses Balkens, bey 44 Zoll Biegung, 18mal größer als seine natürliche seye!

c. Wäre der nemliche Balken auf die Hälfte, oder auf 22 Zoll gebogen, so würde nach den angestellten

Versu-

Versuchen seine Tragbarkeit auch halb so groß, oder 9mal größer, als seine natürliche seyn.

Es bezeichne nun 1:K das Verhältniß der natürlichen Tragbarkeit, zu der des gespannten Zustandes, für einen Balken A, den man für das Vergleichungsmaaß oder für den Probe-Balken annehmen kann; und (c) bezeichne seine Biegung.

Mit diesem habe ein anderer gleichartiger B auch durchaus gleiche Dimensionen; nur sey er um C. Zolle gebogen, und das Verhältniß seiner natürlichen Tragbarkeit, zu der Tragbarkeit seines gespannten Zustandes, sey 1:α.

Für diese Balken wird daher, nach dem aufgestellten Princip, seyn

$$K : \alpha = c : C.$$

Nach den in (§. 2. II. b.) angeführten Versuchen, verhalten sich ferner die Senkungen gleichartiger und gleichstarker, an ihren Enden aufliegender Balken, unter einerley Last, wie die Cubi ihrer Sehnen.

Nun ist aber für den Balken seine halbe Sehne der senkrechte Abstand der Last von jedem seiner Enden, die in seinem gespannten Zustande seine Ruhepuncte sind.

Es bezeichnen nun die Buchstaben l„L die halbe Sehnen beyder Balken A und B; und (β) die Tragbarkeit des Balkens B, so wird seine Tragbarkeit um so geringer seyn; oder er wird sich unter der nemlichen Last um so stärker senken, je länger seine Sehne ist.

Es ist daher auch für diese Balken

$$\alpha : \beta = \frac{1}{l^3} : \frac{1}{L^3}.$$

d. Haben ferner zwey gleichartige Balken gleiche Längen und Biegungen, so wird der eine um so mehr tragen, je stärker er in Vergleich mit dem andern ist; er

wird

wird sich deswegen auch unter der nemlichen Last als gebogener um so weniger senken.

Nun verhalten sich aber nach (§. 2. II. c.) für Balken von gleicher Länge, deren Höhen h und H, und deren Breiten b und B sind, ihre Senkungen unter einerley Last,

$$\text{wie } \frac{1}{k^3.b} : \frac{1}{H^3.B}.$$

Bezeichnet nun der Buchstabe O. die Stabilität oder Tragbarkeit des Balkens B in jener Stärke, so wird auch seyn

$$\beta : O = h^3.b : H^3.B.$$

Verbindet man diese Proportional-Sätze mit einander, so ist auch

$$K : O = \frac{c.h^3.b}{l^3} : \frac{C.H^3.B}{L^3}.$$

Verhielte sich noch außerdem auch die natürliche Tragbarkeit ungleichartiger Balken (§. 5.) wie n:m; so würde für solche

$$K : O = \frac{n.c.h^3.b}{l^3} : \frac{m.C.H^3.B}{L^3}.$$

Für den Probe-Balken ist nun hier $h = b = 12$ Zolle; $c = 44$ Zolle $= \frac{11}{3}$ Fuße; $k = 18$. und seine Länge $= 58$ Fuße.

Ziehet man von dem Scheitel des Probe-Balkens nach seinen Enden eine gerade Linie, so ist jede die Hypothenuse eines rechtwinklichten Dreyecks, dessen eine Cathede die Biegung von $\frac{11}{3}$ Fuß, und der andere die halbe Sehne des Balkens ist.

Da ferner der gekrümmte Balken von jener Hypothenuse nur unmerklich abweicht, so kann man seine halbe Länge für diese selbst nehmen; und es ist unter dieser Voraussetzung die halbe Sehne des Balkens, oder

$$l = \sqrt{(29^2 - (\tfrac{11}{3})^2)} = 28{,}8.\ \text{Fuß beynahe.}$$

e. Will

e. Will man nun nach dieser Function die Tragbarkeit eines gleichartigen Balkens B berechnen, der in einer Länge von 58 Fußen, und 14 Zoll Vierung, um 1,58 Fuße gebogen ist, so ist für denselben $l = L = 58$; $H = B = 14$ Zolle; $C = 1,58$ Fuße; folglich

$$K : O = \frac{11}{3} \cdot 12^4 : 1,58 \cdot 14^4; \quad O = 14\tfrac{2}{5}.$$

Die Tragbarkeit des Balkens B wäre also $14\frac{2}{5}$ größer, als die natürliche des Probe-Balkens; oder die Tragbarkeiten des gespannten Zustandes beyder Balken A und B verhalten sich wie

$$18 : 14\tfrac{2}{5} = 5 : 4.$$

f. Wollte man den Krümmungs-Halbmesser der Balken in Rechnung bringen, so müßte man ihre Biegungen durch denselben ausdrücken.

Bezeichnen nun r und R die Krümmungs-Halbmesser für die Balken A und B, so ist einmal $c = r - \sqrt{(r^2 - l^2)}$; und $C = R - \sqrt{(R^2 - L^2)}$; mithin

$$K:O = \frac{n.h^3.b}{l^3}\left(r - \sqrt{(r^2 - l^2)}\right) : \frac{m.H^3.B}{L^3}\left(R - \sqrt{(R^2 - L^2)}\right).$$

Nimmt man die Balken, deren Tragbarkeit mit der des Probe-Balkens verglichen werden sollen, mit demselben von einerley Länge an, und drückt ihre Quadrat-Seite in Fußen aus; so ist ein für allemal die Tragbarkeit eines Balkens B beynahe

$$O = 5 \cdot H^4 \left(R - \sqrt{(R^2 - L^2)}\right),$$

in welchem Ausdruck für diesem Fall immer $L = 28,8$ ist.

§. 7.

Function der Tragbarkeit hölzerner Brücken-Bögen.

Größte Tragbarkeit eines Normal-Bogens.

I. a. Würde ein Bogen aus mehrern gleichstark gekrümmten Probe-Balken in der Höhe zu 12 und in der Weite von 102,26 Fußen dergestalt zusammengeschifftet, daß er einen continuellen Bogen formiret, so ist die Tragbarkeit oder Stabilität dieses Bogens, mit seiner Höhe und Weite in nächster Beziehung; und es kann dieser Bogen für andere auf ähnliche Art zum Vergleichungs-Maaß dienen, als bisher der Probe-Balken für andere Balken gebraucht wurde; er kann einen Probe- oder Normal-Bogen abgeben!

Es verhalte sich nun die Tragbarkeit des Probe-Balkens zu der Tragbarkeit dieses Bogens wie K : S; so ist nach den bisherigen Betrachtungen

$$K : S = \frac{11}{3} \frac{1}{(28{,}8)^3} : 12 . \frac{1}{(51{,}13)^3} = 1 : 0{,}58487;$$

oder es ist die Stabilität des Probe-Balkens, zu der Stabilität seines Bogens, wie

$$18 : 10{,}528;$$

oder sie ist beyläufig $\frac{7}{12}$ jener, welche der auf 44 Zolle gebogene Probe-Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung wirklich hat.

b. Wollte man mit diesem Bogen einen andern B vergleichen, dessen Balken stärker oder schwächer sind, und der dabey eine andere Höhe und Weite hat, so ließen sich ihre Stabilitäten oder Tragbarkeiten folgendermaßen mit einander combiniren.

Es

Es ist die Weite des Probe-Bogens 102,26 und seine Höhe 12 Fuß, die Stärke seiner Balken 12 Zoll; und seine Tragbarkeit verhält sich wie 10,528.

Ein anderer Bogen sey nun aus gleichartigen Balken in der Vierung von H Zollen, auf eine Weite M und auf eine Höhe von C Fußen aufgesetzt; und seine Tragbarkeit verhalte sich wie T.

Für diese beyde Bogen ist daher

$$S : T = \frac{12 . 12^4}{51,13^3} : \frac{H^4 . C}{M^3} .$$

Es sey z. E. der Brückenbogen aus lauter 14zolligen Balken zusammengesetzt, bey einer Höhe von 12 Fußen und einer Weite von 159 Fußen.

Für diesen Bogen ist daher $H = 14$ Zoll; $C = 12$; $M = 79,5$ Fuße; $S = 10,528$; mithin

$$T = \left(\frac{14}{12}\right)^4 \cdot \frac{51,13^3}{79,50^3} S . = 5,1887.$$

Die Tragbarkeit dieses Bogens wäre demnach beyläufig nur halb so groß als des einen, oder des Normal-Bogens; oder sie ist nur 5,1887 mal größer als die natürliche des Probe-Balkens.

Da die Tragbarkeit der Bögen im Verhältniß ihrer Höhen ist, und dabey im cubischen Verhältniß ihrer Oeffnungen abnimmt, so trägt daher ein Bogen um so weniger, je weiter und niedriger er bey gleicher Holzstärke im Vergleich mit einem andern ist.

Ueberhaupt aber verhalten sich die Tragbarkeiten der Bögen von gleicher Holzart und Balken-Lagen, wie die Quotienten aus den Producten ihrer Höhen, in die Biquadrate ihrer Balkenstärke, getheilt durch die Cubi ihrer Oeffnungen.

Es bezeichne nun im Allgemeinen für einen Bogen A, welchen man für andere zum Vergleichungsmaaß annehmen will, der Buchstabe S seine Tragbarkeit, C seine Höhe und

und N seine halbe Weite; und h „ b die Höhe und Breite seiner Balken, aus welchen er zusammengesetzt ist.

Auch bezeichnen für einen Bogen B, der aus der nemlichen Holzart aufgesetzt ist, die Buchstaben T „ C „ M „ H „ B gleichartige Dinge; so verhalten sich überhaupt ihre Tragbarkeiten

$$S : T = \frac{h^3 . b}{N^3} . c \; : \; \frac{H^3 . B}{M^3} . C.$$

Sind die Bögen aus mehreren Lagen über einander geplätteter Balken zusammengesetzt, oder sind sie componirte Bögen, so verstärket sich ihre Tragbarkeit, nach Verhältniß ihrer Composition; es ist die Tragbarkeit eines Bogens von 3 Lagen gleich starker Balken auch 3 mal größer, als die Tragbarkeit des einfachen Bogens.

Wäre z. E. der Bogen B auf q. Balken-Lagen componirt, so ist auch

$$S : T = \frac{h^3 . b}{N^3} . c \; : \; \frac{q . H^3 . B}{M^3} . C.$$

Zusammenstellung der Tragbarkeit der Brücken-Bögen mit dem Normal-Bogen.

II. Nach dieser Analogie verhalten sich daher die Tragbarkeiten aus einerley Holzart erbauter Brücken-Bögen, wie die Quotienten aus dem Product ihrer Höhen, in die Biquadrate ihrer Balkenstärke, getheilt durch die Cubi ihrer Oeffnungen.

Ich habe nun die Resultate für die Tragbarkeit gleichartiger Brückenbögen übersichtlich zu machen, dieselbe in gleicher Höhe mit dem Normal-Bogen angenommen, und für Balken von 12 bis 16 Zollen die Rechnung für verschiedene Verhältnisse der Höhe zur Oeffnung der Brücke fortgeführt; indem ich dabey annehme, daß der Brückenbogen seine stärkste und schwächste Wölbung erhalte, wenn seine Oeffnung 8½ mal, und im letztern Fall 20 mal größer als seine Höhe ist.

Folgende Tabelle stellet die Resultate der Rechnung dar.

Tabelle IV.

Für die Stabilität oder Tragbarkeit fichtener Brückenbögen.

Verhältniß der Höhe zur Oeffnung des Bogens.	Balkenstücke in Zollen.				
	12	13	14	15	16
1 : 8½	10,5280	14,1060	19,5040	25,7030	33,2740
: 10	6,4655	8,9054	11,9780	15,7850	20,4340
: 11	4,8536	6,6907	8,9994	11,8600	15,3520
: 12	3,7420	5,1535	6,9318	9,1348	11,8250
: 13	2,9429	4,0535	5,4520	7,1848	9,2582
: 14	2,3562	3,2454	4,3660	5,7525	7,4469
: 15	1,9157	2,6380	3,5491	4,6770	6,0546
: 16	1,5785	2,1742	2,9250	3,8539	4,9885
: 17	1,3163	1,8126	2,4380	3,2129	4,1600
: 18	1,1086	1,5270	2,0539	2,7066	3,5038
: 19	——	1,2983	1,7463	2,3014	2,9792
: 20	——	1,1132	1,4973	1,9731	2,5543

Aus dieser Tabelle lässet sich einmal folgendes abnehmen.

Es ist nemlich im Ganzen genommen die Tragbarkeit eines Bogens von 12 Fuß Höhe in seiner Art die

größ-

größte, wenn seine Weite 8mal größer als seine Höhe ist, weil die Balken in diesen Umständen ihre möglichst größte Spannung haben. Es ist ferner die Tragbarkeit eines solchen Bogens von 12 Zoll Balkenstärke, wenn seine Oeffnung 10mal größer als seine Höhe ist, beynahe $6\frac{1}{2}$mal größer, als die natürliche Tragbarkeit eines Balkens von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, der hier den Probe-Balken abgibt: oder der Bogen bieget sich unter einer $6\frac{1}{2}$mal größern Last erst so viel, als jener Balken sich unter der einfachen Last bieget. Es nimmt die Tragbarkeit des Bogens immer mehr und mehr ab, je größer bey der nemlichen Höhe seine Oeffnung wird; er trägt, wenn seine Oeffnung 20mal größer als seine Höhe von 12 Fuß ist, nicht mehr, als jener Balken, und kann nicht mehr bestehen, wenn er noch weiter gemacht werden sollte.

Eben so ist die Tragbarkeit eines Bogens, dessen Balken 16 Zoll Vierung haben, beynahe $20\frac{1}{2}$mal größer, als die Tragbarkeit des Probe-Balkens von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, wenn die Oeffnung des Bogens 10mal größer, als seine Höhe ist. Sie ist aber 34mal größer, wenn die Höhe des Bogens $\frac{1}{8}$ seiner Weite ist; und nimmt nach und nach ab, so wie die Oeffnung des Bogens bey der nemlichen Höhe größer wird; ist aber dessen ungeachtet selbst, wenn die Oeffnung 20mal größer, als die Höhe des Bogens ist, noch $2\frac{1}{2}$mal größer, als die natürliche Tragbarkeit des Probe-Balkens.

Im Ganzen genommen ist ferner die Tragbarkeit eines solchen Bogens, der aus 16zolligen Balken construirt ist, 3mal größer, als die Tragbarkeit eines andern gleichartigen, dessen Balken in der nemlichen Höhe nur 12 Zoll Vierung haben; der einfache 16zollige Bogen trägt daher eben so viel als ein anderer, der aus 3 Lagen 12zolliger Balken aufgesetzt ist: er wiegt außerdem auch nicht so viel, als der letztere; denn sein Gewicht verhält sich

zu dem Gewicht des 3fachen Bogens, wie $16^2 : 12^2 . 3$; oder wie 256 : 432; oder wie 16 : 27.

Aehnliche Vergleichungen lassen sich auch über die Tragbarkeiten der übrigen Brückenbögen anstellen, die aus 13 „ 14 „ 15zolligen Balken aufgesetzt sind.

§. 8.

Die hölzerne Bogen-Brücke nach ihren wesentlichsten Theilen.

Die hölzerne Bogen-Brücken sind eine Erfindung unserer Zeiten, und wurden durch den Königlich-Baierischen Geheimen Rath, und General-Director des Wasser- Brücken- und Straßen-Baues, Herrn von Wiebeking, zur größten Vollkommenheit in ihrer Construction gebracht, wie Desselben vortrefliche Beyträge zur Brückenbau-Kunde, München, 1809. erweisen; in welchen die Beschreibung und Aufrisse mehrerer im Königreich Baiern, unter dessen Leitung, bisher etablirter und entworfener Bogen-Brücken enthalten ist.

Das Umfassende, Vollständige und Ausführliche der Beschreibungen jener Brücken, mit ihren Constructions-Maximen im Ganzen und im Detail, entübriget mich, hier dieselbe zu wiederholen oder abzuschreiben; und da an und für sich einzig die statische Betrachtung solcher Brücken, Gegenstand dieser Abhandlung ist, so begnüge ich mich, hier nur die wesentlichsten Theile der hölzernen Bogen-Brücken anzuführen; und füge diesen nachgehends noch die Regeln bey, welche aus der statischen Betrachtung derselben für ihre möglichst vortheilhafteste Construction emaniren.

a. Nun constituiren aber hölzerne nach einem gewissen Lehrbogen gekrümmte Balken, oder sogenannte Curven

von AD Fig. (3.) zunächst die wesentlichste Bestandtheile einer solchen Bogen-Brücke; und es bestimmt sich ihr Halbmesser der Krümmung AO aus der Weite AD und Höhe ZN des Bogens, wobey erstere sich nach der hydrometrischen Breite des Flusses, über welchen die Brücke gesprengt werden soll, und ihre Höhe sich nach dem Locale der Chaussee-Dämme, welche zur Brücke führen, und andern detaillirten Umständen sich regulirt.

Diese Curven werden aus vierkanntig zugehauenen Balken, nach eigenen oder gewöhnlichen Schifftungs-Maximen, zusammengeschifftet, und dabey auf einem zu Lande etablirten Lehrgerüste, nach dem Krümmungs-Halbmesser der Brücke, mechanisch oder durch äußere Kräfte gebogen; und auf demselben so lange erhalten, bis ihre Elasticität großentheils gleichsam erstorben ist.

Es ist dabey ein Bogen einfach, wenn er aus einer einzigen Curve bestehet; er ist componirt, und z. E. ein 3facher, wenn er sich aus 3 über einander liegenden Curven constituirt, die auf dem nemlichen Lehrgerüste über einander gekrümmt, und in ihrem Zustande eine Zeit lang durch angebrachte Zwingen erhalten werden.

Eben so ist die Bogen-Brücke selbst einfach, wenn sie nur eine einzige Oeffnung hat, wobey ihre Curven unmittelbar auf den Widerlagern der Landseite aufliegen, und sich an dieselbe stemmen; sie ist eine Brücke von 2 „ 3 „ 4 Oeffnungen, wenn sie eigentlich aus 2 „ 3 „ 4 einfachen bestehet, welche durch ihre Widerlager und Joche mit einander verbunden, und in Continuität sind.

Auf jeden Fall aber bestehet die einfache Brücke wenigstens aus ihren 2 Seiten-Bogen, deren jeder gleichviel Curvenlager von einerley Holzart, Stärke und Krümmungs-Halbmesser hat; sie erhält nach Umständen, in welchen sie starke Lasten zu tragen hat, auch einen Mittelbogen von gleichen Dimensionen und Qualität.

Diese Seiten-Bogen werden zunächst durch Verbindungsschwellen oder Querhölzer mit einander verbunden, und in ihrem Parallelismo erhalten; sie sind in die Curven vierkanntig eingestemmt, oder auch nur in die obere und untere Curve der Seiten- und Mittel-Bögen eingelassen; auf jeden Fall aber ziehet eine Schraube, welche durch die obere und untere Schwelle, und durch die Curven ihres Orts hindurch gehet, die Schwellen mit den Curven so stark zusammen, daß die Curven mit ihren Schwellen ihres Orts unter sich in die innigste Berührung kommen; und der Raum zwischen zweyen Schwellen des Bogens macht ein sogenanntes Schwellenfeld aus.

Diese Schwellenfelder haben eine Weite von 12 bis 20 Fußen, je nachdem die Curven stark sind; ihre Breite kommt der Breite der Brücke im Lichten gleich; in sie sind ferner, um die Diagonal-Verschiebung der Felder zu verhindern, die Windruthen, creuzweis eingesenkt, welche von einem Ecke des Feldes zum andern reichen, wo kein Mittelbogen vorhanden; oder sich auch zu beyden Seiten des Feldes an diesen sich stemmen, welcher jedes Feld in 2 gleiche Theile theilet.

Auf den Verbindungsschwellen der Felder liegen ferner die Querhölzer und Deckhölzer zwischen K und L auf, welche den Brücken-Gang GI unmittelbar tragen; es sind durch sie, wie durch die Verbindungsschwellen und Curven, eiserne Schrauben eingelocht, welche den Fahrgang auf die Curven durch die Schwellen feste spannen; und bey einem Feld über dem andern gehen diese Schrauben auch durch die Geländer-Säulen und Brustlehnen oder Streichhölzer; um auch diese mit dem Ganzen feste zu spannen.

Dabey sind ferner die Straßenbäume des Fahrganges zusammengeschifftet, und in die Querhölzer eingelassen; und auf ihrer obern Seite mit den Dielen bedeckt; auf

auf welchen, nach Umständen, das Pflaster, oder statt dessen auch die Bekiesung der Brücke zu liegen kommt.

In dieser Verbindung seiner Theile zu einem Ganzen ruhet nun der Brückenkörper auf seinen Widerlagern PU zu beyden Seiten auf; deren jedes die Hälfte seines Gewichts zu tragen hat.

Jedes dieser Widerlager, wo es nicht von Natur ein Fels ist, ruhet auf Pfählen oder Bürsten, die bis zum Stehen in den Grund eingerammet, und mit einem Rost bedeckt werden, auf dessen Dielen oder Bohlen das Mauerwerk des Widerlagers aufgeführt wird.

Es stehen an seiner Stirne die Stützschwellen DI „ AG auf, an welche sich die Seitenbögen und der Mittelbogen unmittelbar stemmen, und an denselben mit den Backenhölzern eingekerbet sind.

Auf diesen Schwellen und den mit ihnen verbundenen Querhölzern liegen die Straßenbäume des Fahrganges unmittelbar auf, und hölzerne zwischen sie und das Widerlager getriebene Keile spannen die Curven feste, und erhalten die Brücke in ihrer Stabilität.

Dabey hat das Widerlager zur Seite seine Flügel in einer Breite, wobey es gegen die Wirkung des Stroms möglichst gesichert ist: es ist außerdem in seinem Pfahlwerk mit Kies und Steinen ausgefüllt, welche ein Aufguß von Mörtel feste macht, und eine von außen angebrachte Faschinade mit Steinen beschwert, schützet dasselbe noch außerdem gegen das Unterspülen des Stromes.

b. Brücken von großen Oeffnungen sind ferner dem Sturm um so mehr ausgesetzt, je größer die Fläche ist, welche sie ihm darbieten; es strebt der Sturm sie um so mehr außer ihrer Verticalebene zu drücken; je größer die Geschwindigkeit des Windes, und die Dichte der Luft nach dem Locale, und je größer die Stoß-Fläche der Brücke ist.

Wo nun bey bestehenden Umständen, die Windruthen die Brücke nicht genüglich gegen den Sturm sichern möchten, bringt Hr. von Wiebeking bey Bogen-Brücken eigene Vorrichtungen an, welche der Absicht ganz entsprechen, nemlich die Seiten- und Diagonal-Bögen.

Die Seiten- oder Sturm-Bögen FC Fig. 4. stützen sich mit ihrem einen Ende an eine der Querschwellen eines Feldes der Brücke, und mit dem andern Ende an die hintere Stütz-Säule EK der Kammer; während auf ihnen selbst die Schwellen des Brücken-Ganges KH ruhen. Wenn daher der Sturm gegen die Brücke agiret, und sie außer der Verticalebene zu drücken strebet, lehnen sich die Sturm-Balken um so fester an die Seitenwände der Kammer des Widerlagers an, je stärker der Sturm gegen sie wirket; und die Brücke wird dadurch um so besser in ihrer Verticalebene erhalten, je länger die Seitenwände der Kammer sind, und je weiter die Sturm-Balken in der Brücke vorgehen.

Diese Sturm-Balken verhindern noch außerdem, oder wirken wenigstens der Deformation des Bogens an ihrer Stelle bey E entgegen, welche der Bogen erhält, wenn ihn an der entgegengesetzten Seite eine äußere Last bieget.

c. Statt dieser Vorrichtung, bringt Hr. von Wiebeking für den nemlichen Zweck, auch Diagonal-Bögen, bey den Bogen-Brücken an, welche im Scheitel der Brücke sich an einander anschleifen.

Stellet in Fig. 5. AKB und CFD die beyden Seiten-Bögen, und E die Mitte oder das Creuz der Brücke vor, so sind diese Diagonal-Bögen CEB und AED; welche die Brücke von einem Ende zum andern creuzweis durchschneiden, und sich in der Gegend bey E neben einander anschließen, und allda mit Schrauben feste zusammengezogen werden.

Wenn

Wenn daher der Sturm den Seiten-Bogen AKB afficiret, so hält der Diagonal-Bogen AED die Brücke um so sicherer, je stärker er, und breiter die Brücke FK = BD ist. Diesen Bogen umfassen die Schwellen GH „IK, welche seine Schenkel, und die Seiten-Bögen AKB, und CFD immer in gleichem Abstand von einander halten.

Anmerkung.

Wie übrigens die Verbindung der Theile einer Bogen-Brücke bewerkstelligt oder ihr Detail ausgeführt werde, kann ich mich hier nicht einlassen; weil hiezu sehr große Kupfer erforderlich sind, und ich hier nur das Statische der Brücken zu betrachten, und nicht das Verfahren sie zu construiren zu beschreiben habe; das sich in dem in seiner Art einzigen Werk des Hrn. von Wiebeking, nemlich in der Brückenbau-Kunde, aufs vollständigste und deutlichste vorfindet.

---

d. Was ferner den Fahrgang HK der Brücke anbelangt, so wird derselbe nicht immer parallel mit der Strom-Fläche oder horizontal angelegt; er wird, wo die Chaussee-Dämme, oder die Auffahrt auf die Brücke gar zu sehr erhöhet werden müßten, auch in schiefer oder abfälliger Richtung, über den Brücken-Bogen angelegt; und es setzt dabey die Sicherheit und Bequemlichkeit der Passage dem Abfall seine Gränzen.

Wo nemlich die Brücke nicht gepflastert, oder chaussetirt ist, rechnet Hr. v. Wiebeking für eine Längen-Klafter, 3 bis 4 Zoll Abfall; wo man sich hingegen bey einer gepflasterten Brücke des Radschuhes bedienen kann, mag dieser Abfall auch größer genommen werden.

e. Dabey richtet sich ferner die Breite der Brücke nach der Frequenz der Passage, und insbesondere nach der

Auslabung der großen Lastwägen, die sich auf derselben begegnen können.

Rücksichtlich des Verhältnisses zwischen der Höhe des Bogens der Brücke, und ihrer Oeffnung, gibt ferner Hr. v. Wiebeking in der Brückenbau-Kunde S. 83. folgende Verhältnisse an; nemlich: 1 : 24 bey Brücken von 100 — 150 Fuß Oeffnung; $\frac{1}{20}$ — $\frac{1}{18}$ bey 200 Fuß; $\frac{1}{15}$ bey 300; $\frac{1}{14}$ bey 400; $\frac{1}{13}$ bey 500; und $\frac{1}{12}$ bey 600 Fuß Oeffnung.

Eben so bestimmt Hr. v. Wiebeking S. 84. auch die Abstände der Verbindungs-Schwellen, durch welche sich der Brücken-Bogen in seine Felder theilet, und das Ausbiegen der Curven zur Seite verhindert wird; nemlich von 10 — 20 Fußen.

Die Brücke mit mehrern Oeffnungen.

II. Ist der Fluß breiter, als daß er durch einen einzigen Bogen übersprengt werden kann, weil er sonst gar zu hoch angelegt werden müßte, so wird die hydrometrische Breite des Flusses in eine gewisse Anzahl gleicher Theile abgetheilt, und über den Fluß eine Brücke von so viel Oeffnungen construirt, als Theile sich für seine Breite ergeben.

Wäre z. E. die hydrometrische Breite des Flußes in Fig. 6. AB von 480 Fußen in 3 gleiche Theile abgetheilt worden, so ergibt sich hieraus für den Fluß eine Brücke von 3 Oeffnungen AC „ CD „ DB, deren jede 160 Fuße von einem Mittel der Joche zum andern hat.

Es werden dabey in den Fluß bey C und D Joche eingerammet, auf welchen der mittlere Bogen GF ganz, und die übrigen zwey Bögen FE und HG nur mit ihrem einen Ende ruhen; während sie mit ihren andern Enden sich an die steinernen Widerlager in E und H stemmen, und auf denselben gleichzeitig aufliegen.

Es bestehen dabey die Joche, wo sie nicht steinerne Pfeiler sind, aus starken vierkanntigen, unten zugespitzten Pfählen, welche bis zum Stehen in daß Fluß-Beet eingerammet werden; sie werden mit andern Horizontalen zu beyden Seiten umgeben, während die Jochschwelle oben in sie eingelassen ist. An diesen Seiten-Balken ist der Traggurth auf jeder Seite des Jochs, durch eiserne Schrauben feste gemacht, welche durch die Gurte, die Seiten-Schwellen und durch die Joch-Balken hindurch gehen, und mit Muttern angezogen werden. Diese Gurte liegen in einerley Horizontal-Ebene mit dem Widerlager des festen Landes; und tragen, wie diese, die Hälfte der Last der Brücke.

§. 9.

Die Last einer hölzernen Bogen-Brücke.

a. Die Last der Brücke wird durch ihre Widerlager getragen; und constituirt sich aus dem Gewicht ihrer gebogenen und ungebogenen Hölzer, und der Last des mit der Brücke verbundenen Eisenwerks!

Es wiegt dabey das Holzwerk der Brücke, bey dem nemlichen cubischen Inhalt um so mehr, je specifisch schwerer das Holz von Natur, je weniger es ausgetrocknet, und je stärker es ist; und es fällt deswegen das Gewicht eines Baierischen Cubic-Fußes Fichtenholz, zwischen 20 und 26 Pfund hinein; wofür ich das Mittel mit 23 Pfunden nehme; wenn ich dasselbe nicht allgemein durch den Buchstaben (γ) ausdrücke.

Um nun die allgemeine Formeln für die Last der gekrümmten und geraden Hölzer der Brücke zu construiren, bezeichne ich den Center-Winkel AOD der Brücke in Fig. (3.) durch den Buchstaben ψ; die Höhe der gekrümm-

ten

ten Balken ihres Bogens durch (h), und ihre Breite durch (b); und den Krümmungs-Halbmesser AO durch (r); und die Länge des Bogens durch z.

Nach diesen Bezeichnungen ist nun einmal

$$360 : \psi = 2\pi r : z; \text{ oder } z = \frac{\pi}{180} . \pi r;$$

und das Gewicht der Curve $= \frac{\psi}{180} . \pi r . h . b . \gamma .$ Pfunde.

Bezeichnet der Buchstabe (l) die Länge eines geraden Balkens, von der Höhe h und Breite b; so ist auch sein Gewicht

gleich $h . b . l . \gamma .$ Pfunden.

b. Um dieses durch ein Exempel zu erläutern, lege ich die Brücke zum Grunde, welche Hr. v. Wiebeking über die Wertach bey Etringen erbauet, und S. 41. der Brückenbau-Kunde beschrieben hat. Die Oeffnung dieser Brücke ist 144 Fuß; ihre Höhe im Werksatz 9 Fuß; ihre Breite 26 Fuß; sie war die erste, bey welcher Hr. v. Wiebeking einen doppelten Diagonal-Bogen anbrachte.

Es gehen bey derselben die Seiten- und Diagonal-Bögen auf 13 Fuße in die Kammern der Widerlager hinein, um die Seiten-Ausbiegung (§. 8. b.) noch mehr zu verhüten; und bestehen aus fichtenen Balken von 15 bis 16 Zoll Höhe, und 13 Zoll Stärke; nur die zwey untersten Balkenlager oder Curve der Seiten-Bogen stützet sich unmittelbar an den Kerbstock des Widerlagers, der vorne an demselben senkrecht feste ist.

Es mißt ferner der Halbmesser der Seiten-Bögen AKB „ CFD Fig. 5. und des mittlern Bogens MEN = 316,6 Fuß; und der Diagonal-Bögen CEB und AED = 365 Fuße, und ihre Sehne 169 Fuße. Es stützen sich dabey die halben Diagonal-Bögen von einer Seite an das Widerlager, und von der andern Seite an das durch

den

den Scheitel der Seiten-Bögen gehende Bundholz FK, und sind an dieses so wie an den mittlern Bogen angeschleift, und außerdem noch mit zwey zur Seite angebrachten Backenhölzern verbunden; wobey die ganze mittlere Verbindung durch eiserne starke Schrauben zusammen gehalten wird.

Das Ganze ist außerdem durch eilf Querhölzer oder Verbindungs-Schwellen in 10 Felder abgetheilt, deren Abstand eilf Fuß ist; es fassen diese die Diagonal-Bögen ein, und erhalten dadurch den Brücken-Körper in seinem Parallelismus und Steife.

Cubischer Inhalt der Curven der Brücke.

c. Nach den für diese Brücke angegebenen Maaßen, ist daher einmal für die untern Curven der Seiten-Bögen, und des Mittel-Bogens $r = 316,6$; $h = 15\frac{1}{2}$ Zoll im Mittel; $b = 13$ Zolle, und für die Höhe $= 9$, und Oeffnung der Brücke $\psi = 26° \,,, 24'$; mithin der cubische Inhalt einer Curve = 204 Cub. Fuße. Da nun die Brücke an jedem Seiten-Bogen 2 solche Curven, und auch 2 dergleichen an ihrem Mittel-Bogen hat, so ist der Inhalt dieser sämmtlichen, in die Kerbhölzer des Widerlagers anstemmenden Bögen $= 6 . 204 = 1224$ Cub. Fuße.

Zu diesen kommen noch die Curven, welche unmittelbar über jenen liegen, aber auf jeder Seite 13 Fuß in die Kammer des Widerlagers hinein reichen; für diese ist $\psi = 30° \,,, 20'$; mithin der Inhalt einer solchen Curve = 234 Cub. Fuße; und sämmtlicher $= 3 . 234 = 702$ Cub. Fuße.

Außerdem lieget über diesen Curven, an jedem Seiten-Bogen wie bey dem Mittel-Bogen, eine Curve, welche an jeden Arm der Brücke bis zu ihrem zweyten Felde reichet, und sich allda an das Geschwell dieses Feldes mit

mit ihrem einen Ende, mit dem andern aber an die hintere Stützsäule des Widerlages sich anstemmet.

Der cubische Inhalt einer solchen Curve ist daher 173 Cub. Fuß; und der Inhalt aller 4. derselben 692 Cub. Fuße.

Zu diesen Curven kommen noch die Diagonal-Bögen selbst, deren Sehne 169 Fuße ist; es ist daher die Solität der 2 Curven jedes Diagonal-Bogens 480 Cub. Fuße; folglich der 2 Diagonal-Bögen selbst = 960 Cub. Fuße.

Zählet man den cubischen Inhalt der gekrümmten Hölzer der Brücke in eine Summe zusammen; so ist derselbe im Ganzen 4578 Cub. Fuße.

Inhalt der Querhölzer der Brücke.

d. Dabey sind die Verbindungsschwellen in die Seiten-Bögen, und in den Mittelbogen oben und unten, so wie in die Diagonal-Bögen eingesenket, um die Bögen immer in dem nemlichen Abstand zu erhalten; auf ihnen liegen die Querhölzer, welche den Brückengang tragen; und eiserne, durch die Curven, Verbindungs-Schwellen und übrige Querhölzer, so wie durch die Geländersäulen selbst hindurch gehende Schrauben, spannen jedes Feld in seinen Theilen feste. Diese sämmtliche Querhölzer sind bey einem Fuß Querschnitt 26 Fuß lang; und die Brücke enthält in ihren eilf Feldern, in allem 46 solcher Querhölzer; es ist daher der Inhalt sämmtlicher: 26.46 oder 1196 Cub. Fuß.

Der Fahrgang der Brücke.

e. Ueber der obersten Curve der Seiten-Bögen, und den Querhölzern ihrer Felder lieget nun unmittelbar der Fahrgang der Brücke selbst.

Dieser bestehet aus 9 Straßenbäumen, die ihres Orts in einer Vierung von ein Fuß gehörig zusammengeschifftet

schifftet sind, und so sich über die Länge der Brücke von 170 Fuß verbreiten; ihr cubischer Inhalt ist daher 1530 Cub. Fuße.

Auf diesen Straßenbäumen sind ferner die Brücken-Bohlen in einer Stärke von 6 Zollen feste; ihr Inhalt ist daher 2210 Cub. Fuße.

Wäre die Brücke gepflästert, so kommt hiezu noch die Last des Pflasters, und auf jeden Fall noch die Last der Brust- oder Streichhölzer, mit ihren Stützen und Streben, u. s. w. welche in Summa zu 250 Cub. Fuße angeschlagen werden können.

Solchenach betragen die Querhölzer der Brücke, ihr Fahrgang und Geländer im Ganzen 5186 Cub. Fuße; und ihr Fahrgang allein 3990 Cub. Fuße.

Das Eisenwerk der Brücke.

f. Endlich hilft auch das Eisenwerk der Brücke ihre Last vollends integriren. Dieß besteht aus den eisernen Schrauben, welche durch die Seitenbögen der Brücke, durch ihre Querhölzer, und zum Theil auch durch ihre Geländer-Säulen hindurch gehen, und ihre Curven unter sich, und mit den Querhölzern feste stemmen. Auch gehören hieher die Schrauben, welche die Diagonal-Bögen mit ihren Bund- und Backenhölzern, mit dem mittlern Bogen feste verbinden.

Das Gewicht dieser Schrauben gibt Hr. v. Wiebeking für diese Brücke S. 44. der Brückenbaukunde, zu 4624 Pfunden an.

Nach dieser Berechnung ist daher die Last sämmtlicher gekrümmter Hölzer dieser Brücke $\frac{3578 \cdot 23}{100}$ oder 823 Centner; und die Last der ungebogenen $\frac{5186 \cdot 23}{100}$ oder 1193 Centner; die mit 46 Centnern Eisenwerk die Last der ganzen Brücke beynahe auf 2000 Centner bringen.

Die

Die Last der gebogenen Hölzer ist daher bey dieser Brücke beynahe nur $\frac{5}{12}$ ihrer ganzen Last; sie ist die Hälfte des Ganzen, wenn man die Straßenträger etwas schwächer nimmt.

Es bezeichnen nun für 2 Brücken die Buchstaben P und P′ das Gewicht ihrer gebogenen, Q und Q′ die Last ihrer ungebogenen Hölzer, T und T′ das Gewicht ihres Eisenwerks; so verhalten sich die Lasten bey der Brücke

$$\text{wie } P + Q + T : P' + Q' + T'.$$

Von dieser Last trägt nun jedes Widerlager seines Orts die Hälfte; es muß daher auf der Landseite, wie bey den Jochen, das Pfahlwerk so tief in den Boden hineingerammet seyn, daß die Pfähle unter dieser Last nicht mehr tiefer sinken können.

g. Hätte diese Brücke keine Diagonal-Bögen, so würden bey ihr die Windruthen in den Schwellfeldern, und die Zug- und Creuz-Streben an den Widerlagern ihre Stelle ersetzen müssen.

Nun bekommt aber an der obern Seite jenes Schwellfeld seine Windruthen; es erhalten dieselbe außerdem auch die beyden mittlern Schwellfelder an der untern Seite, so wie die den Widerlagern nächsten Felder; und außerdem stemmen sich noch die Zugstreben an dem Geschwell des andern Feldes und an den Widerlagern an.

Werden nun zu diesem Behuf lauter 12zollige Balken genommen, so würden die Windruthen eines Schwellfeldes bey 64 Cub. Fuß Holzmasse enthalten; mithin alle 15 in Summa 949 Cub. Fuße enthalten.

Hiezu kommen noch die 8 Streben, welche sich an beyde Widerlager anstemmen, mit 200 Cub. Fußen; und es wäre hiemit die Holzmasse der Windruthen und Streben dieser Brücke 1149 Cub. Fuße; statt dessen die beyden Diagonal-Bögen nur 960 Cub. Fuß Holzmasse enthalten.

Rechnet

Rechnet man hiezu die Backenhölzer, und das Gewicht der Schrauben, welche die Bögen mit dieser in ihrer Verbindung zusammenhalten, so wird die Last der Brücke beynahe immer die nemliche bleiben, sie mag mit Diagonal-Bögen, oder statt dessen mit Windruthen und Creuzstreben versehen seyn.

§. 10.

Der Diagonal-Bogen einer Bogen-Brücke.

Der Diagonal-Bogen einer hölzernen Bogen-Brücke stellet immer eine gekrümmte Strebe AE in Fig. 5. vor, die sich mit ihrem einen Ende an die Querschwelle AC des Widerlagers, und mit dem andern Ende an die mittlere Schwelle KF der Brücke stemmet: er wird bey der Brücke angebracht, um sie gegen den Sturm zu sichern, der sie aus ihrer Verticalebene zu drücken, oder außer derselben zu biegen strebet.

Nun werden aber sämmtliche Verbindungsschwellen der Brückenfelder in ihm auf seiner obern und untern Seite eingesenket, um ihm mit dem Ganzen einen festen Stand zu verschaffen, und insbesondere seine Seiten-Ausbiegung zur Seite zu verhindern.

Nach dieser Anlage liegt daher dieser Bogen ganz in der Seiten-Ebene eines Cylinders, dessen Halbmesser der Krümmungs-Halbmesser der Seiten-Bogen der Brücke, und dessen Länge die halbe Breite der Brücke, oder eigentlich der Abstand des mittlern Bogens derselben von den Seiten-Bogen von innen oder im Lichten ist: es bildet daher seine Curve eine Ellipse, deren lange Axe in seine Verticalebene fällt, und deren kurze Axe dem Halbmesser $= r$ der Brücke gleich ist.

Es stelle nun in Fig. (7.) ADB eine Vertical-Ebene durch den halben Seiten-Bogen der Brücke, und CEB

eine Vertical-Ebene durch den halben Diagonal-Bogen vor; beyde Ebenen schneiden sich in der Horizontal-Ebene DEB unter dem Winkel $DBE = \delta$. Auch sey FH eine der Abscisse AF entsprechende Ordinate des Seiten-Bogens, parallel mit dem Wasserpaß des Bogens DB, und FK „ HM senkrecht auf die Ebene des Bogens AB.

Leget man durch die Puncte KFH eine Horizontal-Ebene, so schneidet diese die Ebene des Diagonal-Bogens in der Ordinate KM, welche jener FH auf der Ebene des Bogens entspricht. Wird von dieser MO senkrecht auf EB und NO senkrecht auf DB gesetzt, so ist in den bey D und N rechtwinklichten Dreyecken DBE und NBO

$$NB : NO = DB : EB; \text{ oder}$$

$$DB - DN : EB - EO = DB : EB; \text{ und hieraus}$$

$$EO = KM = \frac{DN . EB}{DB} .$$

Es ist ferner in dem Dreyeck DBE

$$1 : EB = \text{Cos } DBE : DB;$$

$$\text{also } EB = \frac{DB}{\text{Cos } \delta}; \text{ und tang } \delta = \frac{DE}{DB};$$

$$\text{mithin auch } KM = \frac{DN}{\text{Cos } \delta} = DN . \text{ Secans.} \delta.$$

Nimmt man die Abscisse AF dem Halbmesser r. des Seitenbogens AD gleich, so ergibt sich die halbe lange Axe des Elliptischen Diagonalbogens durch r. Secans φ; während seine kurze Axe dem Halbmesser r. des Seiten-Bogens selbst gleich ist.

Für die der Abscisse $AF = x$ des Seitenbogens entsprechende Ordinate $FH = y$; ist daher die Ordinate KM des Diagonalbogens

$$KM = \text{Secans } \delta . (\sqrt{(2 r x - x^2)};$$

oder man muß jede Ordinate des Seitenbogens mit Secans δ multipliciren, oder mit Cos δ dividiren, wenn man

man die ihr für die nemliche Abscisse entsprechende Ordinate des Diagonal-Bogens finden will.

Da ferner Sec. $\delta = \sqrt{(1 + \text{tang}\ \delta^2)}$ ist; so ist auch

$$KM = \sqrt{\left(1 + \frac{DE^2}{DB^2}\right) \cdot (2rx - x^2)}.$$

und es weicht KM von FH um so mehr ab, je größer der Winkel DBE, oder je breiter die Brücke, und je kleiner ihre Oeffnung ist.

Setzet man die Abscisse x = AD, oder der Höhe des Bogens gleich, so ist auch

$$EB = \sqrt{\left(1 + \frac{DE^2}{DB^2}\right) \cdot (2r\,AD - AD^2)}.$$

Eben so erhält man die halbe lange Axe der Ellipse des Diagonal-Bogens selbst, wenn man x = r setzt. Es ist dieselbe

gleich $r \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{DE^2}{DB^2}\right)}$ · Fuße.

§. 11.

Resistenz der hölzernen Bogen-Brücke gegen den Sturm.

Das Ausbiegen der Brücke aus ihrer Vertical-Ebene.

I. Ist die Brücke ihres Orts über den Fluß gesprengt, und ihre Balken um den Einfluß der Witterung zu modificiren, mit Theer bestrichen, so wird sie noch außerdem in der nemlichen Absicht von außen, oder an ihren beyden Seiten mit Brettern beschlagen oder verschält.

Durch ihre Verschalung aber gewinnt der Sturm auf die Seiten der Brücke eine größere Stoß-Fläche; es

 ist

ist daher seine Wirkung auf dieselbe um so größer, je größer das Moment des Sturms, und die Stoß-Fläche der Brücke ist; es bleibt deswegen auch Maxime, die Bretter nicht länger zu nehmen, als daß durch sie die Curven gerade bedeckt werden.

So wie aber der Sturm gegen die Brücke wirket, strebet er sie außer ihrer statischen Vertical-Ebene hinaus zu drücken, oder horizontal auszubiegen; und es verhält sich seine Wirkung auf die Brücke, wie sein Moment in die Stoß-Fläche derselben, multiplicirt mit dem Cosinus des Winkels, welchen der Sturm auf die Brücke in senkrechter Richtung macht.

Bezeichnet nun der Buchstabe A das Moment des Sturms; S die Stoß-Fläche der Brücke, und μ den Einfalls-Winkel desselben, so verhält sich die Wirkung des Sturms auf die Brücke

wie $A \cdot S \cdot \text{Cos}\,\mu$.

Es ist daher seine Wirkung am größten, wenn $\mu = 0$ ist, oder der Sturm die Brücke durchaus senkrecht drückt.

Dieser Wirkung des Sturms widerstehet aber einmal die Brücke durch ihre Last $= Q$; es kann der Sturm sie um so weniger ausbiegen, je größer ihre Last ist.

Sie widerstehet ferner bey der nemlichen Last dem Sturm durch die feste Verbindung ihrer Curven und Tragbäume mit den Geschwellen und Stutzschwellen ihrer Widerlager, und insbesondere durch die Festigkeit ihrer Curven und Tragbäume.

Es ist dieser Widerstand um so größer, je stärker ihre Curven sind, und je mehrere über einander liegen; er ist hingegen um so schwächer, je länger die Curven, oder je größer die Oeffnung der Brücke ist.

Drückt der Sturm die Verschalung der Brücke senkrecht, und ist dabey so stark, daß er sie aus ihrer Vertical-

tical-Ebene auszubiegen vermag, so bieget er ihr Gebälke auf ähnliche Art, als eine Last, die seinem Druck gleich ist, sie biegen würde, wenn diese dabey auf jeden Quadrat-Fuß gleichstark drückte.

Ist daher die Höhe ihrer sämmtlichen Curven mit den Tragbäumen des Fahrganges $= h$; und die Stärke dieser Balken $= b$; und die Oeffnung der Brücke $= M$; so ist der Widerstand der Brücke von dieser Seite, nach den Principien §. 2.

$$\text{wie } \frac{h \,.\, b^3}{M^3};$$

und mit Rücksicht auf die Last der Brücke,

$$\text{wie } \frac{Q \,.\, h \,.\, b^3}{M^3}.$$

Außerdem aber widerstehet die Brücke dem Sturm auch noch durch die für ihre Sicherheit an ihr angebrachte Vorrichtungen, deren Wirkung ich indessen durch den Buchstaben D ausdrücke.

Bezeichnet nun K den Widerstand, durch welchen die Brücke dem Sturm entgegen wirket; so verhält sich im Ganzen

$$K = \frac{Q \,.\, h \,.\, b^3 .\, D}{M^3}.$$

Je größer nun die Wirkung des Sturms, und je kleiner der Widerstand der Brücke ist, um so mehr ist sie durch denselben gefährdet; oder es verhält sich die Gefährdung der Brücke durch den Sturm

$$\text{wie } \frac{A \,.\, S}{K}.$$

Eine Brücke B sey z. E. 2mal so lang als eine andere ähnliche A, ihre Stoß-Fläche $2\frac{1}{2}$, und ihr Gewicht 2mal größer als dieser, bey einerley Balken-Höhe und Stärke; auch thun bey der Brücke B die gegen den Sturm sie sichernden Vorrichtungen nur halb so viel Dienste, als bey

bey der Brücke A; so werden sich für beyde Brücken ihre Gefährdungen durch den nemlichen Sturm verhalten

$$\text{wie } 1 : \frac{2\frac{1}{2}}{\frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{8}} = 1 : 20;$$

oder die Brücke B wird 20mal mehr als die Brücke A durch den Sturm gefährdet werden; oder sie wird in ihrer Mitte 20mal mehr, als die A Brücke, durch den nemlichen Sturm außer ihrer Vertical-Ebene gebogen werden können.

Der Dienst des Diagonal-Bogens und der Zugstreben.

II. Um das Ausbiegen der Brücke außer ihrer Verticalebene zu hindern, oder wenigstens zu modificiren, hat man überhaupt bey Brücken die Windruthen und Streben angebracht; insbesondere aber sichert Hr. v. Wiebeking seine Brücken, neben diesem auch noch durch die Diagonal-Bögen, oder statt deren durch Seiten-Curven, welche die Brücken gleichsam wie Zangen fassen, und durch die Zug- und Creuzstreben.

Was nemlich unter diesen zuvörderst die Windruthen anbelangt, so bestehen diese in jedem Schwellfeld der Brücke, aus creuzweis mit einander verbundenen Streben, deren Enden sich in den Ecken der Schwellfelder stemmen; es hat daher bey einer Bogen-Brücke, welche einen Mittelbogen hat, der jedes ihrer Schwellfelder bisectiret, jedes solche halbe Feld zwey solcher Creuzstreben, die eben in dasselbe eingesenkt sind.

Es setzet dabey Hr. von Wiebeking in den mittlern Feldern, und in den Feldern, welche den Widerlagern am nächsten sind, solche Windruthen auch von der untern Seite ein, so daß also jedes ganze Feld eigentlich 4 Windruthen erhält.

2. Der

a. Der Dienst dieser Windruthen tritt nun immer erst alsdann ein, wenn der Sturm die Brücke außer ihrer Verticalebene zu drücken, oder sie auszubiegen strebt!

Es strebe z. E. der Sturm die Mitte der Brücke um Ab Fig. 8. außer der Verticalebene PAQ zu drücken, welche durch die Stutzsäulen ihrer vordern Seitenbogen an den Widerlagern gehet, mithin die Schwellfelder am und bn um bf zu krümmen; so müßte der Sturm zunächst die Windruthen aqbh „ bdqc biegen; er müßte, nachdem er diese gebogen hat, auch die Windruthen hmkq „ qnmd der andern Hälfte des Schwellfeldes eben so stark biegen.

Sind aber diese so stark, daß die Kraft, mit welcher der Sturm den Bogen abc krümmet, sie nicht biegen kann, so wird auch das Schwellfeld sich in seiner Verticalebene erhalten: es werden sich die übrigen Schwellfelder um so näher in ihrer Ebene erhalten, je näher sie den Widerlagern liegen, weil die Ausbiegung der Seitenbögen immer mehr nach den Widerlagern hin, nach und nach abnimmt.

Der Dienst der Windruthen ist daher in den mittlern Schwellfeldern der Brücke, immer der vorzüglichste; sie leisten in den den Widerlagern nächsten Feldern weniger; und es genüget, wenn bey der Brücke außer den mittlern Feldern, nur noch jenes mit Windruthen versehen wird, das auf jeder Seite der Brücke das mittlere zwischen dem Scheitel des Bogens und dem Widerlager ist!

b. Hat die Brücke beygesetzte Curven oder Sturm-Bögen FE. Fig. 4., welche in den Seiten-Mauern der Kammer der Widerlager feste sind, so fassen diese die Brücke gleichsam wie eine Zange ein, und verhindern dadurch ihre Seiten-Ausbiegung um so mehr, je weiter sie an ihr vorgreifen, und je stärker sie sind.

F 4 Liegt

Liegt z. E. der Surm-Bogen FE in Fig. 4. in F und M, oder auch als in die Seiten der Kammer eingemauert an derselben durchaus an, während er sich an das Geschwell bey C stemmet, so widerstehet er dem Ausbiegen der Brücke von G nach D mit einer Kraft, die erforderlich wäre, ihn an seinem Ende C in der Länge GD zu biegen.

c. Anders verhält sichs mit den Streben, welche an der Brücke angebracht werden, um sie gegen den Sturm zu sichern. Diese halten den Druck des Windes durch ihre perpendiculaire Festigkeit, oder durch die Kräfte aus, welche sie abzuknicken vermögen; sie müssen daher immer wenigstens so stark seyn, daß sie sich nicht merklich biegen, wenn der Sturm die Brücke an ihr eines Ende drückt, während sie sich an dem andern Ende feste stemmen.

Außerdem ist der Dienst der Streben noch mit der Stelle in Beziehung, an welche ihr eines Ende an die Brücke, und ihr anderes an eine feste Widerlage sich stemmet: sie leisten der Brücke um so mehr Dienste, je weiter sie an ihr vorgreifen, und es halten zwey Streben, wovon die eine an der rechten, die andere an der linken Seite des nemlichen Bogens der Brücke angebracht sind, den ganzen Druck des Windes auf sie aus, wenn sie beyde bis in die Mitte der Brücke reichen.

Indem ich nun den Dienst der Streben statisch erwäge, trage ich zunächst darauf an, die Vorzüge des Diagonal-Bogens vor den gewöhnlichen Streben zu beweisen, und nehme indessen die Streben in senkrechter Richtung auf die Brücke an, in welcher ihr Effect ihres Orts immer der größte wäre.

Es stelle nun in Fig. 5. BAUQ die Verticalebene durch den Mittelbogen der Brücke, und Z. den Scheitel dessel-

desselben vor; BQ ist daher die Oeffnung, und ZP die Höhe der Brücke.

Auch sey der gesammte Druck des Sturms, welchen ich hier senkrecht annehme $= P$; welcher, da er auf jede Hälfte BZP und QZP gleich vertheilt ist, auch eben so angesehen werden kann, als wäre er in der Stelle Z vereiniget.

Drücken ferner in A und U auf den Bogen Streben senkrecht, so halten diese mit den Stutzsäulen der Curven der Brücke, den gesammten Druck des Sturmes aus.

Dieser Druck auf die Stutzsäulen in B und Q sey nun α und δ; und der Druck auf die Streben in A und U, sey β und γ; so ist einmal

$$\alpha + \beta = \tfrac{1}{2} P = \gamma + \delta.$$

Ferner ist $\alpha . BP = \beta . DP$; oder $\beta = \frac{BP}{DP} \alpha$; eben so auch $\gamma = \frac{PQ}{PW} \delta$; mithin auch

$$\beta = \frac{BP}{BP + DP} \tfrac{1}{2} P; \quad \gamma = \frac{PQ}{PQ + PW}.$$

Stehen nun beyde Streben von dem Scheitel Z des Bogens gleichweit ab, so ist auch $\beta = \gamma$; und $\alpha = \delta$; oder der Druck des Windes auf beyde Streben gleich stark.

Stehen die Streben in der Mitte des Bogens, so ist für dieselbe $DP = PW = O$; und es ist $\beta = \tfrac{1}{2} P = \gamma$; oder es hält jede die Hälfte des Drucks aus, welchen der Sturm auf die Verschalung der Brücke ausübet.

Diesen Druck bezeichne die senkrechte Linie ZO; und eben so bezeichne die Linie AF den senkrechten Druck auf die Strebe in der Stelle bey A. Für diese Strebe ist also $AF = \beta$, und ihr Dienst, welchen sie der Brücke leistet, ist bey sonst übrigen gleichen Umständen um so geringer, je weiter sie von der Mitte der Brücke absteht, oder je näher sie ihrem Widerlager ist.

Ueberhaupt verhält sich der Effect der Strebe, wenn ihr eines Ende bis in die Mitte Z des Mittelbogens der Brücke, oder statt dessen nur bis an die Stelle A desselben reichet,

$$\text{wie } 1 : \frac{1}{BP + DP}.$$

Wäre die halbe Oeffnung BP der Brücke = 1; und die Strebe stünde in A, oder um DP = $\frac{1}{2}$ BP von dem Perpendikel ZP ab; so ist ihr Effect nur $\frac{2}{3}$ dessen, was sie leisten könnte, wenn ihr eines Ende bis in die Mitte des Bodens reichte.

d. Außerdem tritt bey den Streben immer noch der besondere Umstand ein, daß sie niemalen senkrecht auf die Brücke stehen können, sondern immer nach derselben unter einem schiefen Winkel, und dabey noch in geneigter Lage, gerichtet seyn müssen!

Da sie selten außer der Brücke angebracht werden können, so stützen sie sich immer innerhalb der Brücke an ihr Widerlager, und es hängt deswegen ihr Effect ab, von dem Abstand ihres einen Endes von der Verticale durch den Mittelbogen, von dem Winkel, unter welchem ihr anderes Ende sich an dem Mittelbogen anschleifet, und von der Neigung, welche sie ihres Orts gegen den Horizont hat.

Es bezeichne nun MEFA eine Horizontalebene, mit welcher die Ebene BDC parallel ist; CA stelle vor die Richtung der Strebe, und BC ihren Abstand von der Verticale BAD durch den Mittelbogen, auf der Querschwelle des Widerlagers. Auch liege AE in der Ebene MAF, und in der Verticalebene durch die Strebe; und es sey deswegen MAE = BDC; und EAG = ACD.

Fället man auf die Ebene der Strebe die Perpendicular-Linie EF, so stellet AE ihre Wirkung auf die Brücke vor,

vor, wenn sie selbst eine horizontale Lage hätte; und es ist in dem rechtwinklichten Dreyeck AEF

$1 : AF = \text{Cos } EAF : AE$; also $AE = AF . \text{Cos } EAF.$

Fället man ferner aus dem Puncte E die Perpendicular-Linie EG auf die Strebe, so drücket AG den Effect aus, welchen die Strebe in ihrer geneigten Lage für die Brücke zu leisten vermag; und es ist in dem rechtwinklichten Dreyeck EGA

$1 : AE = \text{Cos } EAG : AG$; mithin $AG = AE . \text{Cos } EAG$;

oder $AG = AF . \text{Cos } EAF . \text{Cos } EAG.$

Nun sey ferner der Winkel, unter welchem sich die Strebe an den Mittelbogen anschleifet, oder $BDC = \psi$; und der Winkel ACD, welchen sie mit dem Horizonte macht, $= \varphi$; so ist einmal $EAF = 90 - \psi$;

mithin $AG = AF . \text{Sin } \psi . \text{Cos } \varphi.$

Auch sey ferner die halbe Oeffnung der Brücke, oder $BP = 1$; und $BP : DP = 1 : \mu$;

so ist auch $AF = \beta = \frac{1}{1 + \mu} . \frac{1}{2} P$;

folglich auch $AG = \frac{1}{1 + \mu} . \frac{1}{2} P . \text{Sin } \psi . \text{Cos } \varphi.$

Letztlich ist auch $\text{Sin } \psi = \frac{BC}{AC}$; $\text{Cos } \varphi = \frac{CD}{AC}$; also auch

$$AG = \frac{1}{2} . \frac{1}{1 + \mu} . \frac{BC . CD}{AC^2} . P.$$

Je kleiner daher für die nemliche Brücke der Werth von μ, oder je näher die Stütze dem Scheitel der Brücke ist; je größer ferner BC oder die halbe Breite der Brücke; und je näher AC dem CD gleich kommt, oder je weniger die Stütze gegen den Horizont geneigt ist; um so größer ist ihr Effect; oder um so mehr sichert sie die Brücke gegen den Sturm.

Reichet die Stütze bis in den Scheitel des Mittelbogens der Brücke, so ist für sie $\mu = 0$; und $CD = CP$;

AC

AC = CZ; und es verhält sich für die nemliche Brücke, ihr Effect zu jenem in der Stelle A,

$$\text{wie } \frac{CP}{CZ^2} : \frac{1}{1+\mu} \cdot \frac{CD}{AC^2}.$$

Ersterer Fall tritt für den Diagonal-Bogen einer Brücke ein! Für die Etringer Brücke §. 9. b. ist für eine Strebe, die um $\frac{2}{3}$ der halben Bogenweite von dem Scheitel absteheт, nach diesem Verhältniß ihr Effect beyläufig nur halb so groß, als der Effect des Diagonal-Bogens; oder der Diagonal-Bogen sichert die Brücke 2mal mehr gegen den Sturm, als eine solche Strebe, wenn sie auch gleiche Stärke mit ihm hätte.

§. 12.

Das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke.

So wie steinerne Bogen-Brücken in ihrer Mitte sich immer um etwas niedersenken, und in ihren Seiten sich ausbiegen, oder sich deformiren, so zeigen uns auch hölzerne Bogen-Brücken ein ähnliches Phänomen!

Sie setzen sich in ihrer Mitte immer um einige Zolle, und Hr. von Wiebeking gibt einen von Seinen bisher erbauten Brücken S. 82. der Brückenbau-Kunde, aus der Erfahrung abgenommenen Ueberschlag, wornach man im Mittel aus sämmtlichen auf die Klafter der halben Oeffnung — das Setzen immer auf einen Zoll anschlagen darf; so daß, wenn z. E. die Oeffnung der Brücke 26 Klafter ist, man ihr Setzen auf $\frac{26}{2}$ oder 13 Zolle vorläufig erachten kann.

Dieß Setzen ist nun eine Wirkung zusammengesetzter Kräfte, und constituirt sich durch die eigene Gravitation der die Brücke constituirenden Curven, und durch die auf ihnen ruhende, und sonst mit ihnen verbundene Last, neben

ben den Folgen, welche die technische Construction ihrer Theile auf dieses Setzen haben muß.

Da dieß Setzen für die Brücke von großem Einfluß ist, so trage ich darauf an, dasselbe zu analysiren, und erwäge zuvörderst das Setzen der Bögen der Brücke durch ihre Gravitation.

Das Setzen eines freyen oder unbelasteten Brücken-Bogens, durch seine Gravitation.

I. Ist der Bogen auf seinen Widerlagern frey stehend, so strebet nemlich jeder Theil desselben, als schwerer, stetig durch seine Gravitation in der Loth-Linie zu sinken; da er aber als mit seinen benachbarten cohärirender nicht sinken kann, so äußert er seine Schwerkraft zunächst durch den Druck gegen die auf ihn zunächst folgende, und strebt noch mit dem Ueberschuß jener Kraft lothrecht niederwärts. Jener Druck aber nimmt für gleiche Theile mit dem Sinus des Bogens zu, um welchen dieselbe vom Scheitel abstehen; es nimmt daher auch jener Ueberschuß, und mit demselben die respective Schwere, oder das Bestreben der Theile in den Schenkeln zu sinken, immer mehr und mehr ab; sie ist daher für die Theile im Scheitel des Bogens am größten, die keinen Seitendruck ausüben können.

a. Durch die respective Schwerkraft seiner Theile strebet nun der Bogen stetig sich flächer zu ziehen, und wirket dadurch der Spannung entgegen, welche er durch seine Biegung erhalten hat, die für seine sämmtlichen Theile, bey der circularischen Krümmung gleich groß ist: es sinket daher jede Stelle des Bogens, nur mit dem Ueberschuß ihrer respectiven Schwere, über ihre Spannung; und da dieser Ueberschuß für die Theile in der

Mitte

Mitte des Bogens größer, als für seine Schenkel ist, so setzet er sich in seiner Mitte stärker, als an seinen Schenkeln, und veranlasset dadurch die Seiten-Ausbiegung seiner Schenkel in ihrer Mitte, und mit derselben die Deformation seiner circularischen Figur.

Wäre daher ein Bogen so schwach gespannt, oder könnten seine Widerlager in so weit ausweichen, daß der Bogen eine Spannung erhielte, die der respectiven Schwere seiner mittlern Theile gleich, oder noch kleiner als jene ist, so würde sich der Bogen überschlagen, oder er würde einstürzen, oder seine hohle Seite nach oben wenden.

Nun überspannet aber selbst der weiteste hölzerne Brückenbogen, in seinem Center-Winkel, höchstens 45 Grade, und es ist mithin die Abnahme der respectiven Schwere seiner Theile nur unbedeutend, oder man kann die Schwerkraft seiner Schenkel, mit der Schwerkraft seiner Mitte beynahe für gleichgültig annehmen.

Unter dieser Voraussetzung setzet sich daher der Bogen, wenigstens in seiner Mitte, fast eben so, als sich ein Balken von seiner Holzart, Stärke und Stabilität senken würde, dessen Länge der Bogen-Weite selbst gleich kommt; und es lässet sich nach dieser Annahme, die Senkung des Bogens durch seine eigene Last folgendermaßen ausmitteln.

b. Ich nehme an, man wisse aus Versuchen, daß sich ein ungebogener Probebalken A, von der Länge l, Höhe h, Breite b und Gewichte p, um m. Zolle durch seine eigene Last in seiner Mitte senke, wenn er an seinen beyden Enden horizontal aufflieget.

Ein anderer gleichartiger Balken B habe die Länge L, Höhe H, Breite B, und Gewicht P; und die natürliche Stabilität des Balkens A verhalte sich zu der Stabilität des B Balkens wie 1 : T.

Hät-

Hätten nun beyde Balken einerley Stabilität, so würden sich nach §. 2. II. ihre Senkungen verhalten

$$\text{wie}\ \frac{l^3}{h^2 . b} : \frac{L^3}{H^3 . B};$$

oder es würde sich der Balken B um d Zolle in seiner Mitte senken; das ist: es würde seyn

$$m : d = \frac{l^3}{h^3 . b} : \frac{L^3}{H^3 . B}.$$

Ist aber die Stabilität des B Balkens größer oder kleiner als des A Balkens, so wird sich derselbe in gleichen Dimensionen mit diesem, um so weniger oder mehr senken; das ist: es werden die Senkungen beyder Balken im verkehrten Verhältniß ihrer Stabilitäten seyn; oder der Balken B wird sich um (u) Zolle senken. Auch wird seyn

$$d : u = 1 : \frac{1}{T}.$$

Verbindet man diese Sätze mit einander, so ergibt sich hieraus folgender Satz:

$$m : u = \frac{l^3}{h^3 . b} : \frac{L^3}{H^3 . B . T};$$

oder für quadratische Balken

$$m : u = \frac{l^3}{h^4} : \frac{L^3}{H^4 . T}.$$

Ist der Balken B in dem Verhältniß $1 : \omega$ specifisch schwerer oder leichter; so ist auch

$$m : u = \frac{l^3}{h^4} : \frac{\omega . L^3}{H^4 . T}.$$

Liegen q. Balken von den Dimensionen, und der Qualität des B Balken über einander, so ist ihre Senkung wenigstens q mal größer, aber es ist auch ihre Tragbarkeit q mal größer.

Bezeichnet nun jetzt T die Tragbarkeit des Ganzen, so ist auch

$$m : u = \frac{l^3}{h^4} : \frac{\omega . q . L^3}{H^4 . T}.$$

In-

Indem ich nun von dieser Function bey Berechnung der Senkung eines Brückenbogens Anwendung mache, setze ich voraus, daß der Bogen in seinen Schifftungen so stabil constituiret sey, daß er als ein continuirlicher Balken angesehen werden kann.

Ich gehe ferner von dem Erfahrungs-Satz aus, daß unser Probe-Balken von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, sich um $\frac{1}{2}$ Zoll in seiner Mitte senke, wenn er horizontal auf seinen Unterlagern lieget, so daß also für ihn $m = \frac{1}{2}$ Zoll ist; auch ist für ihn $h = 12$ Zoll; $l = 58$ Fuße.

Nun sey ferner ein Bogen B von 3 Lagen 14zolliger Balken gegeben, dessen Weite 159 Fuß, und Höhe 12 Fuß, und dessen Stabilität 15,566mal größer, als des Probe-Balkens ist.

Für diesen Bogen ist also $H = 14$ Zoll; $L = 159$ Fuß; $T = 15{,}566$; es ist also

$$\frac{1}{2} : u = \frac{58^3}{12^4} : \frac{3.159^3}{14^4 . 15{,}566}; \text{ oder}$$

$$u = 1{,}0716 \text{ Zolle} = 12{,}8 \text{ zwölftheilige Linien.}$$

Um so viel würde also dieser freye Bogen einzig durch seine Gravitation sich setzen, oder in seiner Mitte sich senken.

Senkung eines Bogens, wenn ihn eine äußere Last in seinem Scheitel drücket.

II. Drücket eine Last den Bogen in seinem Scheitel, so strebet sie ihn allda flächer zu drücken, während der Bogen durch die Stabilität seines gebogenen Zustandes ihr widerstehet, und durch dieselbe sich in seiner Form zu erhalten strebet: es kann ihn die Last nicht afficiren, oder ihn gar nicht biegen, wenn er ihr stärker widerstehet, als sie auf ihn wirken kann; sie bieget ihn hingegen um so stärker, je mehr sie seinen Widerstand überwuchtet.

Je größer daher die Stabilität des Bogens ist, um so weniger kann ihn die nemliche Last in seinem Scheitel biegen; das ist: es wird sich seine Biegung für eine gegebene Last verkehrt, wie die Stabilität des Bogens, verhalten.

Bey der nemlichen Stabilität wird ferner der Bogen durch eine größere Last stärker, als durch eine geringere, gebogen werden; oder seine Biegung wird eine Function der auf ihn drückenden Last seyn.

Diese Function aber ist nach den in §. 2. I. angestellten Combinationen logistisch; und der Bogen bieget sich nach derselben unter der 3fachen Last 5mal mehr, als unter der einfachen. Da aber diese Fälle selten Statt finden, so begnüge ich mich hier indessen, die Biegung der Last selbst proportional zu setzen.

Nun weiß man aber nach dem in §. 6. b. angeführten, daß der Probe-Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung, in seinem grünen Zustande, wenn er auf 44 Zolle, nach einem Halbmesser von 115 Fußen gespannt ist, unter einer Last von 32 und von 96 Centnern sich um einen Zoll, und um 5 Zoll in seinen Scheitel senket; und daß in diesem Zustande seine Tragbarkeit 18mal größer als seine natürliche seye.

Würde ein Bogen aus lauter solchen Probe-Balken aufgesetzt, deren jeder nach einem Halbmesser von 115 Fußen gekrümmet ist, so verhält sich ferner, nach §. 7. a., die Tragbarkeit des Probe-Balkens zur Tragbarkeit dieses Normal-Bogens, wie 18 : 10,528.

Wenn daher die Last von 96 Centnern auf den Scheitel dieses Bogens gelegt würde, so würde sie ihn um mehr als um 5 Zolle, oder um (α) Zolle biegen, und es würde nach dem vorhin aufgestellten Satz seyn

$$\frac{1}{18} : \frac{1}{10{,}528} = 5 : \alpha; \text{ oder } \alpha = 8\tfrac{1}{2} \text{ Zolle.}$$

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Die 96 Centner würden also den Normal-Bogen um $8\frac{1}{2}$, und 32 Centner würden ihn um $\frac{1}{5} \cdot 8\frac{1}{2}$ oder 1,7 Zolle biegen.

Verhält sich nun die Tragbarkeit des Normal-Bogens zu der Tragbarkeit eines andern B, wie 10,528 : Q; so wird sich dieser Bogen, unter der Last von 32 Centnern, um β Zolle biegen; und es wird seyn

$$1{,}7 : \beta = \frac{1}{10{,}528} : \frac{1}{Q};$$

Drücket den Bogen B eine Last von 48 Centnern, so wird er sich um γ. Zolle unter derselben setzen; und es wird nach dem vorhin aufgestellten Satz auch seyn

$$\beta : \gamma = 32 : 48.$$

es ist daher auch

$$1{,}7 : \gamma = \frac{32}{10{,}528} : \frac{48}{Q}.$$

b. Für den Bogen B in §. 7., der bey einer Balken-Stärke von 14 Zollen aus 3 Balken- oder Curven-Lagern bestehet, ist Q = 15,5661; mithin wäre seine Senkung $\gamma = 1{,}724$ Zolle; das ist: eine Last von 48 Centnern würde diesen Bogen in seiner Mitte höchstens um 1,724 Zolle flächer drücken.

Hätte nun die Brücke 3 solche Bögen, so würde eine Last von 144 Centnern auf ihrem Scheitel sie höchstens um 1,724 Zolle senken.

Es sey nun im Allgemeinen die Tragbarkeit eines Bogens = T, von welchem man weiß, daß er sich unter einer Last von m Centnern in seinem Scheitel um α Zolle setzet.

Auch sey die Tragbarkeit eines andern Bogens = Q; und dieser Bogen setze sich unter einer in seinen Scheitel drückenden Last von (n) Centnern um β Zolle; so ist nach den bisherigen Betrachtungen

$$\alpha : \beta = \frac{m}{T} : \frac{n}{Q}.$$

d. Um

d. Um die Biegungen der Bögen noch genauer in Anwendung des hier eintrettenden logistischen Gesetzes (a) zu berechnen, habe ich dieselbe für den aufgestellten Normal-Bogen in folgender Tabelle zusammengestellt.

Last.	Biegung.	Last.	Biegung.
1600 Pf.	1,1373 Zoll	6400	3,8113
2400	1,3804	7200	4,6483
3200	1,7000	8000	5,6843
4000	2,0783	8800	7,0131
4800	2,5421	9600	8,5000
5600	3,1093		

Diese Tabelle ist für den Normal-Bogen gültig, der in einer Höhe von 12 Fußen, und 102,26 Fuß Weite, eine Balken-Stärke von 12 Zoll hat; und als solcher in seinem grünen Zustande der tragbarste in seiner Construction ist. Ich habe in derselben die Lasten nach der Differenz von 8 Centnern steigen lassen, wornach man leicht die dazwischen hineinfallende interpoliren kann. Uebrigens gründen sich die Resultate für die Biegungen auf folgendes Princip.

Da der Bogen unter der Last von 3200 um 1,7 Zolle, und unter der Last von 9600 Pfunden sich um 8,5 Zolle setzet, und das Biegungs-Gesetz logistisch ist, so setze man in Fig. (1.) die Abscisse $OA = 3200$, und $OD = 9600$; und die ihnen entsprechende Ordinaten $AE = a = 1,7$ Zolle; $DH = c = 8,5$ Zolle; so ist in der Formel §. 2. a., $b = 9600 - 3200 = 6400$.

Setzt man nun $nb = AC = q$; und $GC = \mathfrak{y}$; so ist auch

$$\mathfrak{y} = a \left(\frac{c}{a}\right)^n = 1{,}7 \cdot 5^{\frac{q}{6400}},$$

in welchem Ausdruck man in den Buchstaben q nach und nach alle hier einschlagende Lasten substituiren kann.

Wäre z. E. die Last, welche den Bogen drückt, 10800 Pfunde; so ist hier $q = 10800 - 3200 = 7600$; also

$$\mathfrak{y} = 1{,}7 \cdot 5^{\frac{7600}{5400}}; \text{ oder } \log \mathfrak{y} = \log 1{,}7 + \tfrac{12}{8} \cdot \log 5;$$

mithin $\mathfrak{y} = 12{,}7103$. Zolle.

Für Lasten, die kleiner als 3200 sind, kann man nach dem logistischen Gesetz leicht die ihnen entsprechende Biegungen finden.

Sollte man z. E. für eine Last von 800 Pfunden die Biegung finden, so weiß man aus der Tabelle die Biegung für 2400 und für 1600, nemlich 1,3804; und 1,1373; man setzt daher

$$1{,}3804 : 1{,}1373 = 1{,}1373 : 0{,}91.$$

Die Biegung wäre also 0,91 Zolle.

Wenn man daher in Anwendung des logistischen Biegungs-Gesetzes, die Biegung eines Brückenbogens berechnen will, welche derselbe durch eine gegebene Last in seinem Scheitel leidet, so berechnet man zunächst die Biegung des Normal-Bogens für die nemliche Last; und proportioniret nun die Biegung des gegebenen Bogens, nach den Stabilitäten beyder.

Man wolle z. E. wissen, um wie viel sich der Bogen B in seiner Mitte senket, wenn ihn eine Last von 4800 Pfunden allda drücket; so ersiehet man aus der Tabelle, daß sich der Normal-Bogen unter dieser Last um 2,5421. Zolle biegen würde; nun ist aber die Stabilität

des

des Normal-Bogens 10,528; und des B Bogens 15,5661 nach (b). Setzet man daher die Biegung des Bogens $= \beta$; so ist

$$2{,}5421 : \beta = \frac{1}{10{,}528} : \frac{1}{15{,}566} : 1{,}719 \text{ Zollen};$$

Statt dessen vorhin $\beta = 1{,}724$ gefunden wurde.

Das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke im Ganzen.

III. Auf die Stelle D des Bogens Fig. (2.) drücke nun eine Last Z nach der Loth-Linie HU; und die Linie DU stelle den senkrechten Druck der Last Z auf eine Ebene vor, oder es sey DU = Z. Ziehet man tt senkrecht auf den Halbmesser DC, so ist tt die Tangente des Bogens für seine Stelle D, welche um den Winkel ACD $= \psi$ von seinem Scheitel absteheт.

Unter diesen Umständen strebt nun die Last in D mit einer Kraft von dem Bogen abzugleiten, die sich durch die Linie UR ausdrücket, während sie den Bogen selbst in der Größe DR drücket; und es ist in dem rechtwinklichten Dreyeck DUR

$$1 : DU = \text{Sin } DUR : DR; \text{ oder } DR = Z \,.\, \text{Cos } \psi.$$

Drückte die Last den Bogen in seinem Scheitel selbst, so ist für sie $\psi = 0$; und die Last wirket auf den Bogen in ihrer ganzen Größe; und drücket jeden seiner Schenkel mit ihrer Hälfte.

Ruhet ferner die Last Z in der Stelle bey D auf einer Schwelle, welche horizontal in den Bogen eingelassen ist, so ist auch ihr Druck senkrecht auf den Bogen; und die Last drücket allda den Bogen in ihrer ganzen Größe.

Da ferner die Last in D von dem Ruhepunct P des Schenkels ADP um PD' senkrecht absteheт, so ist ihr Moment gleich PD'.Z; sie strebet den Bogen um so mehr

 nieder

nieder zu drücken, je größer sie, und größer ihr nächster Abstand von seinem Ruhepunct ist.

Dieser Fall tritt nun immer bey jeder hölzernen Bogen-Brücke KHR in Fig. (4.) ein! Es sind ihre Schwellen, auf welchen der Fahrgang ruhet, sämmtlich horizontal in ihre Seiten-Bögen eingeplättet, mithin ihr Druck auf die Bögen der Brücke immer senkrecht.

Es sey nun die Länge des Fahrganges der Brücke = U; seine Last mit dem Geländerwerk = P; und die Brücke überhaupt in (m) Schwellfelder abgetheilt.

Bey dieser Eintheilung der Brücke vertheilet sich also die Last ihres Fahrganges mit Zubehör einmal in die (m — 1) Hauptschwellen, und in die 2 Querschwellen der Stützsäulen an den Widerlagern; oder jene Last vertheilet sich auf (m + 1) Puncte ebenmäßig; und es trift auf einen Punct die Last $\frac{P}{m+1}$. Stellen nun die Puncte G„U„D„N„H„K„Z„U„N die Schwellen vor, so werden sämmtliche Bögen in der Verticalebene durch diese Puncte, durch eine Last $\frac{P}{m+1}$. senkrecht gedrückt.

Zu diesem Druck kommt ferner noch die eigene Last der Schwellen, und dessen, was mit ihnen verbunden ist; z. E. die Windruthen und Schrauben, welche durch die Bögen und Schwellen durch den Fahrgang gehen, und das Ganze feste halten.

Bezeichnen nun die Buchstaben A„B„C... die eigene Last mit Zubehör der I„II„III... Schwelle in P„E„N... mit dem Druck von oben herunter, so ist der Druck derselben auf die Bögen der Brücke A + B + C; und es vertheilet sich der Druck der mittlern Schwelle in H auf beyde Seiten der Brücke; kann also für die eine Seite nur zur Hälfte angesetzt werden.

Dieser Druck der Schwellen äußert aber nach ihrem relativen Ort auf den Bogen sehr verschiedene Wirkung; es

es strebet die Schwelle N den Bogen ihres Orts um so stärker zu biegen, je größer ihr senkrechter Druck an und für sich ist, und je weiter sie von seinem Ruhepunct in A senkrecht absteht, oder je größer der Abstand An ist; ihre Wirkung verhält sich wie ihr Moment . An . A; und eben so verhält sichs auch mit den übrigen Schwellen.

Können nun sämmtliche Brücken-Bögen durch die mittlern Schwellen niedergedrückt oder flächer gedrückt werden, so schieben sie ihre Enden an die Widerlager um so stärker an, je flächer sie in der Mitte werden könnten; halten nun diese ohne nachzugeben den Druck aus, so wölbet sich jeder Bogenschenkel auf seiner gegen das Widerlager gekehrten Seite um so stärker auf, je flächer ihre vordere Seite gedrückt wird; es erhält jeder derselben in der Mitte E und Z seine größte Biegung; es heben sich unter diesen Umständen die Mittelpuncte E und Z der Bogenschenkel, und mit ihnen auf die Schenkel von E nach B, und von Z nach N gleichzeitig; es heben sich mit ihnen auch die Schwellen, welche den Fahrgang über ihnen tragen; es hebt sich also der Fahrgang von D nach G, und von L nach R, während er zwischen D und L sich senket; es gewinnt der horizontale Fahrgang dadurch eine concave Form, und der zuvor erhabene setzet sich im Ganzen flächer; es senket sich der Fahrgang oder die Brücke, in ihrer Mitte um so viel, als die Scheitel ihrer sämmtlichen Bögen durch sie niedergedrückt werden können.

Dieses Setzen nun, nach statischen Principien zu berechnen, substituire ich für die Brücke eine Last X, welche im Scheitel oder im Creuz der Brücke ihre Bögen eben so stark als der Fahrgang mit den Schwellen und Zubehör, bey ihrer Vertheilung über den Bögen, niederdrücket; setze also das Moment dieser Last, der Summe der Momente sämmtlicher Schwellen der Bögen gleich.

Es bezeichne nun a „ b „ c .. den nächsten Abstand der I „ II „ III .. Schwelle von dem Ruhepunct der Brücke; U den Druck der Schwelle im Scheitel der Brücke, und t den senkrechten Abstand des Scheitels vom Ruhepunct; so wird seyn

$$\tfrac{1}{2}\,tX = Aa + Bb + Cc + \ldots \tfrac{1}{2}\,tU; \text{ also}$$

$$X = 2\left[\frac{Aa + Bb + Cc \ldots \tfrac{1}{2}\,tU}{t}\right].$$

Hat nun die Brücke (n) Curven, so vertheilet sich die Last unter dieselbe ebenmäßig; und es trift deswegen auf eine in die andere die Last $\frac{X}{n}$.

Senket sich nun der Normal-Bogen (II.) unter einer Last von m. Centnern um α. Zolle; so wird sich auch die Brücke unter der Last $\frac{X}{n}$ um β. Zolle setzen; oder es wird seyn, nach (II.)

$$\alpha : \beta = \frac{m}{T} : \frac{X}{n.Q}.$$

Je größer daher die Last X für den Bogen ausfällt, und je geringer, nach (II.), seine Tragbarkeit ist, um so stärker wird sich der Bogen in seiner Mitte setzen, und um so stärker wird er sich eben deswegen in seinen Seiten ausbiegen, oder sich deformiren.

Zu dieser Senkung des Bogens kommt noch seine Senkung durch seine eigene Gravitation, neben dem, was sich der Bogen noch nach seiner technischen Construction stärker setzet, als er sich durch seine Gravitation, und durch seine Belastung senken sollte.

Dieß technische Setzen ist bey der nemlichen Construction des Bogens immer um so größer, je größer die Last ist, welche der Bogen träget.

Denn seine Schifftungen geben um so mehr nach, je stärker der Bogen in seiner Mitte, und in seinen Schenkeln

keln gebogen wird; und die Falzen der Querschwellen drücken sich um so enger zusammen.

a. Um nun die bisher über das Setzen der Brücken-Bögen aufgestellte Ansicht mit der Erfahrung zusammenzustellen, gehe ich zunächst von einem im Großen von Hrn. von Wiebeking mit der Brücke zu Neu-Oetting angestellten Versuch aus, welchen derselbe S. 20. der Brückenbau-Kunde anführet.

Die Brücke zu Neu-Oetting hat nemlich fünf Oeffnungen, jede zu 107 Fuß Weite, und 7½ Fuß Höhe, bey einer Breite von 26 Fußen, und einem Krümmungs-Halbmesser von 207,94 Fußen, in einer Balkenstärke von 14 Zollen.

Es hat dabey jeder Seiten-Bogen 3 über einander liegende Curven, und ist durch 5 Verbindungsschwellen in 6 Felder abgetheilt, deren jedes mit seinen Windruthen versehen ist; es ist also jedes Feld 18 Fuße weit und 26 Fuße breit; zwischen jedem spannet eine eiserne Schraube die Curven feste, und es gehen noch außerdem solche Schrauben auch durch die Bögen und ihre in sie eingesenkte Verbindungsschwellen durch die aufliegende Straßenbäume, und durch die Geländer-Säulen.

Als nun die Seiten-Bögen der fünf Oeffnungen dieser Brücke auf den Widerlagern und Jochen aufgesetzt, und in sie die Verbindungsschwellen und Windruthen eingezogen waren, mithin die ganze Brücke ohne Fahrgang noch offen stunde, setzte sich der Iste und IIte Bogen um 9 Linien, der IIIte und IVte Bogen aber um 4 Linien, und der Vte um 6 Linien in seinem Scheitel, durch seine Gravitation, durch die Last der Schwellen, Windruthen und Schrauben, und nach dem, was er sich nach seiner technischen Construction setzen mochte. Das adäquirte Setzen aller 5 Bögen wäre also 6⅖ Linien.

Nun ist aber einmal für jeden dieser Bögen der Inhalt einer Schwelle in die andere, bey einer Länge von 26 Fußen und 12 Zoll Vierung = 26 Cub. Fuße; und der Inhalt der Windruthen eines Feldes, bey 30 Fuß Länge und 10 Zoll Vierung, 40 Cub. Fuße.

Auch ist, nach der Angabe des Hrn. v. Wiebeking, ein Cub. Fuß in den andern zu 18 Pfunden zu erachten, weil die Hölzer sehr ausgetrocknet waren; und es ist mithin die Last einer Schwelle 468 und der Windruthen eines Feldes 720 Pfunde.

Nun befinden sich aber bey solchen Brücken immer 2 Schwellen in der nemlichen Vertical-Ebene, deren die eine in die obere, die andere aber in die untere Seite der Curven eingeplättet ist.

Auch sind mit den obern Schwellen immer die Windruthen in Verbindung; und da die Last derselben immer von 2 Schwellen ihres Feldes getragen wird, so haben deswegen die Bögen der Brücke, in der Vertical-Ebene durch die Schwellen, jedesmal einen Druck von 936+720 oder 1656 Pfunden auszuhalten; wobey aber der Druck der mittlern Schwellen sich auf beyde Seiten der Brücke vertheilet.

Für die Oeffnung dieser Brücke ist daher $A = B = C = U = 1656$; $a = 18$; $b = 2.18$; $u = 3.18 = 54$ Fuße; mithin

$$X = 2 . \left[\frac{1656 . 18 + 1656 . 36 + 858 . 54}{54}\right] = 4968;$$

oder die freyen Bogen dieser Brücke werden durch die in sie eingeplätteten Schwellen, mit Zubehör, eben so stark gedrückt, als wenn in ihrem Scheitel eine Last von 4968 Pfunden aufläge.

Da nun die Brücke 2 Bögen hat, so vertheilet sich diese Last auf jeden zur Hälfte mit 2484 Pfunden.

Es

Es verhält sich ferner, nach §. 7., die Tragbarkeit des Normal-Bogens zu der Tragbarkeit jedes Seiten-Bogens dieser Brücke, wie 10,528 : 29,796. Setzet sich nun jener in seinem grünen Zustand durch eine Last von 3200 Pfunden in seinem Scheitel um 1,7 Zolle, nach (II.); so setzet sich jeder Seiten-Bogen der Brücke in gleichem Zustande, unter einer Last von 1056 Pfunden um γ Zolle; und es ist nach (II.)

$$1{,}7 : \gamma = \frac{3200}{10{,}528} : \frac{1056}{29{,}796};$$

also $\gamma = 0{,}466$ oder 5,59 Linien; wofür ich aber nur die Hälfte mit 2,78 ansetze; weil, wie ich in der Folge zeigen werde, die Biegsamkeit des trocknen Holzes nicht einmal halb so groß als des grünen, bey sonst gleichen Umständen ist.

Zu dieser Senkung des Bogens durch die Last seiner Schwellen und Windruthen, kommt nun noch seine eigene Senkung, durch die Gravitation seiner Substanz selbst; rücksichtlich welcher zuvörderst der Werth von (ω) in der Formel (I.) auszumitteln ist.

Nun ist aber einmal der Bogen specifisch leichter als der Probe-Balken von 58 Fußen, der hier zum Grunde liegt, weil jener grün, statt dessen, nach S. 17., bey der Brücke das Holz sehr ausgetrocknet war. Man kann daher bey jenem den Cubic-Fuß zu 26, bey dieser aber zu 18 Pfund ansetzen; und es wird von dieser Seite das Verhältniß des specifischen Gewichts des Probe-Balkens, und der Curven der Brücke, wie $1 : \frac{18}{26}$.

Es hat ferner jede Curve dieser Brücke eine Länge von 109 Fußen, und jeder ihrer Seitenbögen eine Höhe von 3,14 Zolle, bey einer Breite von 14 Zolle; und es ist daher der cubische Inhalt eines Seitenbogens in dem andern 445 Cub. Fuße; mithin seine Last an und für sich $445 \cdot 18 = 8010$ Pfunde.

Auch

Auch gehen durch den Bogen zwischen jedem seiner Felder eiserne Schrauben hindurch, durch welche der Bogen in seinen Curven zusammengespannt wird, deren Gewicht 20 Pfund beträgt; ihre sämmtliche Last macht daher 120 Pfunde. Die Schrauben, welche durch die Geschwelle der Felder, durch den Fahrgang und die Geländer-Säulen gehen, können hier nicht gerechnet werden, weil sie noch nicht eingezogen waren.

Da nun diese Schrauben mit dem Bogen innigst connex sind, so kann man deswegen den Bogen in dem Verhältniß $1 : \frac{8130}{8010}$ für specifisch schwerer annehmen; und es wird deswegen nach diesen beyden Ansichten der Werth von $\omega = \frac{18}{26} \cdot \frac{8130}{8010} = \frac{271}{386} = 0{,}7$ beynahe.

Setzt man nun in der Formel (I.) den Werth von $T' = 29{,}796$; $H = 14$ Zolle; $L = 107$ Fuße; $m = \frac{1}{2}$ Zoll; $q = 3$; $\omega = 0{,}7$; so ergibt sich die Senkung

$$u = 0{,}1593 \text{ Zoll} = 1{,}9116 \text{ Linien.}$$

Zählet man diese Senkung zu der vorigen, so ist die Summe beyder 4,69 Linien; und um so viel würde also jeder der Seitenbögen der Brücke, durch seine Gravitation, und durch die Last seiner Schwellen und Windruthen sich in seinem Scheitel setzen; wenn die Curven der Bögen einerley Biegsamkeit mit dem Probe-Balken hätten.

Wirklich wurde auch dieselbe bey dem IIIten und IVten Bogen dieser Brücke nur zu 4 Linien gemessen. Da nun die Senkung der übrigen Bögen 9 Linien und 6 Linien war, so läßt sich daraus folgern, daß die Senkung, in so weit sie von dem Technischen der Brücke abhängt, über nochmal so groß ausfallen könne, als sie nach statischen Gesetzen seyn sollte.

Uebrigens bewähret sich aus dem nahen Zusammentreffen der Resultate der Berechnung der Senkung mit

der

der gemessenen, die Richtigkeit der bisher aufgestellten Principien und genommenen Ansichten.

b. Um die Berechnung der statischen Senkung auch für eine vollständige Brücke zu führen, lege ich ferner die Freysinger Brücke dabey zum Grunde.

Die Freysinger Brücke über die Isar bestehet aber aus zwey Oeffnungen, deren jede eine Weite von 159 Fußen, und 12 Fußen Höhe hat, bey einem Halbmesser von 296,35 Fußen. Die Breite der Brücke war 26 Fuße; ihre Bögen constituiren sich aus 3 Curvenlagen von Fichtenholz in 14 Zoll ausgeglichter Stärke; deren jeder in 4 Schwellfelder abgetheilt ist, welche der Mittelbogen bisectiret.

Zwischen die Halbscheiden dieser Felder sind auf der obern Seite die Windruthen eingesetzt, welche auf Stützklötzen ruhen, und sich mit ihrem einen Ende an die Seitenbögen, mit dem andern aber an den Mittelbogen, über den Verbindungs-Schwellen stemmen.

Auf der untern Seite sind ferner nur in den beyden mittlern Schwellfeldern ebenfalls Windruthen eingesetzt, um die Brücke um so mehr gegen den Sturm zu sichern, §. 11., die übrigen Felder entbehren dieser untern Windruthen; und es hat statt deren das nächste an das Joch- und Widerlager stossende Feld die Zugstreben und Creuzstreben, welche sich sämmtlich an das Joch- und Widerlager auf der einen, und auf der andern Seite an die Schwellen des ersten und andern Feldes stemmen.

Nach dieser Anlage der Brücke ruhet also die Last ihres ganzen Fahrganges auf ihren 7 Schwellhölzern, und auf den Querhölzern der Stützschwellen des Widerlagers und des Joches, die sämmtlich gleichen Abstand unter einander haben; es trägt daher auch jedes $\frac{1}{7+2}$ oder $\frac{1}{9}$ der aufliegenden Last.

Diese

Diese Last des Fahrganges der Brücke aber summiret sich aus der Last seiner Straßenbäume, seiner Bohlen, Beschüttung und dem Geländerwerk.

Es haben dabey die 7 Straßenbäume in einer Länge von 162 Fuß 15 Zolle Vierung, und enthalten deswegen 1700 Cub. Fuße. Es ist ferner der cubische Inhalt der Bedeckung an 6zolligen Dielen 162.27. $\frac{1}{2}$ = 2187 Cub. Fuße.

Ferner enthalten die Streichhölzer, und überhaupt das Geländerwerk der Brücke 360 Cub. Fuße; mithin das ganze Obere der Brücke 4247 Cub. Fuße.

Rechnet man nun im Mittel einen Cubic-Fuß in den andern zu 20 Pfunden, so ist die Last ihres Fahrganges mit Zubehör 84942 Pfund, welche in 9 Theile getheilt, für einen Theil 9438 Pfunde auswerfen; und es drücket deswegen auch auf eine Schwelle der Brücke in die andere, eine Last von 9438 Pfunden.

Da ferner eine Schwelle in die andere in 26 Fuß Länge eine Stärke von 14 Zollen Vierung hat, so ist ihr Inhalt 35 Cub. Fuß, und ihre Last 700 Pfunde. Auch ist die Länge einer Windruthe 23 Fuß in 12 Zoll Stärke; mithin der Inhalt der Windruthen in der Halbscheid jedes Feldes 46 Cub. Fuße, und ihre Last 920 Pfunde. Auch ist die Weite eines Feldes in das andere 20 Fuße von der Mitte einer Schwelle zur andern; und die Schrauben, welche durch die Curven, durch sämmtliche Querhölzer, durch die Straßenbäume und Geländer-Säulen gehen, wiegen auf einen Fuß Länge, 7 Pfund.

Nach der Construction der Brücke, und insbesondere der Last ihres Fahrganges mit Zubehör, drückt also auf die Verticalebene durch die Verbindungs-Schwellen in H„ N„ C„ M Fig. 4. eine Last von 9438 Pfunden senkrecht nieder, wobey noch angenommen ist, daß die Brücke nicht bekieset ist. Es hat ferner das erste Schwellfeld der

der Brücke in H und N auf ihrer obern und untern Seite eine Verbindungs-Schwelle, deren Last 1400 Pfund ist.

Außerdem drücket die obere und untere Verbindungs-Schwelle in H noch die Last der in diesem Feld und in dem anstossenden zur Rechten eingesetzten doppelten Windruthen mit 4.90 = 3680 Pfund; wozu noch das Gewicht der eisernen durch die Curven, die Schwellen, durch die Straßenbäume, und Geländer-Säulen gehenden Schrauben mit 2.80 oder 160 Pfund kommt.

Im Ganzen genommen, werden also die 3 Bögen der Brücke in ihrem Scheitel H durch eine Last von 14478 Pfunden gedrückt, welches auf einen in den andern 4826 Pfunde ausmacht; wovon ich hier die Hälfte mit 2413 indessen ansetze, weil dieser Druck sich auf die 2 Arme jedes Bogens vertheilt.

In der Stelle bey N oder 20 Fuße von H sind ferner wieder 2 Verbindungs-Schwellen angebracht, deren Last 1400 Pfund ist. Diese tragen ferner die halbe Last der 2 Windruthen des ersten Feldes mit 1820 Pfunden, und außerdem die halbe Last der 2 Windruthen des Feldes DN mit 920 Pfunden.

Da nun der Druck von oben 9438 Pfunde ist, so drückt deswegen mit Inbegriff der Schrauben, eine Last von 12358 Pfund die 3 Bögen der Brücke, in ihrer Verticalebene durch N; mithin auf einen Seitenbogen in den andern 4119 Pfunde.

Weil ferner der Abstand DE des Fahrganges von den Seitenbögen mit der Entfernung der Schwellen vom Scheitel immer größer wird, so sind in der Stelle bey E des andern Feldes, 3 Schwellen eingezogen, deren Last 2100 Pfunde ist.

Diese tragen die halbe Last der 2 Windruthen des Feldes DN und UD mit 1820 Pfunden; und es liegt außerdem der Seitenbogen FE von 53 Fuß in 16 Zoll

Stärke auf jeder Seite der Schwellen in E auf, und drücken dieselbe beyläufig mit $\frac{1}{4}$ ihres Gewichts, oder mit 1880 Pfunden, weil er außerdem auch noch an das Geschwell in P mit Schrauben angehängt ist.

Hiezu kommt noch die Last der Zugstreben, welche sich an die Schwelle in E von der einen, und von der andern Seite an das Widerlager stemmen. Diese Streben sind 40 Fuß lang bey 12 Zoll Vierung; enthalten also 160 Cubic-Fuße oder 3200 Pfunde; von welchen die Schwelle in E beyläufig $\frac{1}{4}$ oder 800 Pfund trägt, weil die Streben auch an der Schwelle bey P angehängt sind.

Es ist sonach der verticale Druck auf die Stelle E des Bogens in Summa 15258 Pfunde; mithin auf einen in den andern 5086 Pfunde.

Letztlich befinden sich in der Verticalebene durch die Stelle P der Bögen 4 Schwellen zu 2800 Pfunden; diese tragen auf jeder Seite die Last der Windruthen mit 1820 Pfunden; ferner $\frac{1}{4}$ der Last des Balkens FE und der Creuzstreben, die durch Schrauben mit ihnen verbunden sind. Es ist mithin der Druck in der Ebene durch P 15950, also auch der Druck auf einen Bogen in den andern 5316 Pfunde.

Für diese Brücke ist also der Werth von $A = 5316$; $B = 5086$; $C = 4119$; $U = 4826$ Pfund; ferner ist $a = 20$; $b = 40$; $c = 60$; $u = 80$ Fuße; also

$$X = 2\left[\frac{20.5316+40.5086+60.4119+80.2413}{80}\right] = 18748 \text{ Pf.}$$

Bey dieser Brücke wird also jeder ihrer Bögen, in der Verticale durch die Schwellen, eben so stark gedrückt, als wenn er als freyer durch eine Last von 18748 Pfunden in seinem Scheitel gedrückt würde.

Nun verhält sich ferner die Tragbarkeit des Normal-Bogens zu der Tragbarkeit jedes Seiten-Bogens der Brücke

Brücke, wie 10,528 : 15,566; auch ſetzet ſich der Normal-Bogen in ſeinem grünen Zuſtande nach (III.) unter einer Laſt von 96 Centnern um $8\frac{1}{2}$ Zolle; es iſt daher in (II.)

$$8\tfrac{1}{2} : \gamma = \frac{9600}{10{,}528} : \frac{18.748}{15{,}566};\ \text{alſo}\ \gamma = 11{,}2\ \text{Zolle.}$$

Die Brücke würde alſo einzig durch die auf ihre Bögen drückende Laſt ſich um 11,2 Zolle ſtatiſch ſenken, wenn ihre Bögen noch die Feuchte ihres grünen Zuſtandes hätten.

c. Hiezu kommt noch das Setzen der Bögen ſelbſt, durch ihre Gravitation, rückſichtlich deſſen zuvörderſt der Werth von ω in der Formel (I.) gefunden werden muß.

Da nemlich die Länge jedes Seitenbogens 162 Fuße, ſeine Höhe $3\frac{1}{2}$ Fuß, und ſeine Stärke 14 Zolle iſt; ſo iſt ſein cubiſcher Inhalt 662 Cubic-Fuße, und ſeine Laſt 13230 Pfunde.

Nun werden aber außer den Schrauben, welche durch die Schwellen und durch den Fahrgang der Brücke gehen, ihre Curven noch durch 7 Schrauben zuſammengezogen, deren Gewicht ſich auf 2100 Pfund belaufen mag; welche deswegen als mit ſeiner Subſtanz connex angeſehen werden können. Es verhält ſich daher auch das ſpecifiſche Gewicht des Probe-Balkens zu dem ſpecifiſchen Gewicht des Bogens, wie $1 : \frac{15330}{13230}$; und da außerdem das Gewicht ihrer Cubic-Fuße ſich wie 26 : 20 oder beynahe wie $1 : \frac{4}{5}$ verhält, ſo iſt deswegen auch in der Formel (I.) der Werth von $\omega = \frac{4}{5} \cdot \frac{511}{441} = 0{,}926$; mithin iſt nach (I.) die Senkung des Bogens durch ſeine Gravitation, oder der Werth von

$$u = 0{,}9924.\ \text{Zolle.}$$

Es beträgt mithin die ſtatiſche Senkung dieſer Brücke in Summa 12,1924 Zolle, wenn ihre Bögen noch grün und bey ihr keine Vorrichtungen angebracht wären, welche die Senkung verminderten.

Es ist aber bekanntlich, der Erfahrung zufolge, das grüne Holz biegsamer, als das ausgetrocknete! Es war ferner jener Balken, welchen ich in Ermangelung mehrerer Versuche bey diesen Betrachtungen einzig zum Grunde legen konnte, nach S. 80. der Brückenbau-Kunde, von nicht zu trockenem Fichtenholze; er ließ sich daher auch als solcher auf beynahe $\frac{1}{18}$ seiner Länge biegen, da er als ausgetrockneter sich höchstens auf $\frac{1}{31}$ seiner Länge hätte biegen lassen: es ist mithin seine Biegsamkeit im ausgetrockneten Zustande nicht einmal halb so groß als im feuchten Zustande.

Da nun die Curven dieser Brücke mehrere Monate der Witterung ausgesetzt waren, bis die Brücke vollendet war, so mochten sie indessen genugsam austrocknen, und ihre Biegsamkeit daher auch höchstens nur halb so groß, als im grünen Zustande seyn; mithin muste auch das statische Setzen der Brücke nur die Hälfte dessen seyn, was sie sich setzen muste, wenn ihre Curven die Eigenschaft des nicht trockenen Probe-Balkens hatten; die Brücke konnte also nur um 6,032 Zolle sich statisch setzen.

Rücksichtlich dieses Setzens aber bemerkt Hr. von Wiebeking S. 82. der Brückenbau-Kunde, daß dasselbe der Erfahrung zufolge auf eine Klafter der halben Oeffnung der Brücke 4 bis 10 Linien betrage, je nachdem das Verhältniß der Höhe zur Oeffnung der Brücke angelegt ist; ja man werde am sichersten die Senkung ausmitteln, wenn man jene Verhältniß-Zahl mit 10 Linien multipliciret.

Dieß Verhältniß ist aber für die Freysinger-Brücke wie 12 : 159; es müste also die Senkung $\frac{159}{12} \cdot 10$ oder 132 Linien oder 11 Zolle seyn.

Nehme ich nun zu mehrerer Sicherheit das Mittel zwischen der Biegsamkeit des trocknen und grünen Holzes an, so würde sich das statische Setzen der Freysinger

Brük-

Brücke zu 9 Zollen ergeben; was sich die Brücke mehr senken sollte, hängt von ihrer technischen Construction ab.

d. Nach dieser statischen Betrachtung über das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke hat also auf dasselbe die Last der Brücke, ihre Vertheilung, und die Tragbarkeit ihrer Bögen den nächsten Einfluß!

Es setzet sich eine Brücke um so weniger, je weniger sie wieget, und je besser ihre Last durch die Mehrheit der Schwellfelder über den Bögen vertheilet wird.

Bezeichnet nun P die Last der Brücke, und m die Zahl ihrer Schwellfelder, so theilet sich die Last immer in m+1 gleiche Theile; es verhält sich also für die nemliche Tragbarkeit und Zahl ihrer Bögen die Senkung der Brücke, wie

$$\frac{P}{m+1}.$$

Bezeichnen ferner T die Tragbarkeit eines Bogens der Brücke in den andern, und (n) die Anzahl ihrer Bögen, so wird sich die Brücke um so weniger senken, je größer die Tragbarkeit ihrer Bögen ist, und je mehr sie derselben hat.

Es verhält sich daher das Setzen der Brücke,

$$\text{wie } \frac{P}{m+1} \cdot \frac{V}{n.T};$$

wo ich unter dem Buchstaben (V) den Einfluß gewisser technischer Anlagen bey der Brücke verstehe, die ihre Stabilität constituiren helfen.

Das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke durch ihre Bekiesung.

IV. Um die Deckplanken oder Dielen der Brücke zu schonen, wird nach Umständen die Brücke mit Kies beschüttet, oder auch gepflastert, oder chaussetirt.

Man beschüttet nemlich, wo dergleichen Brücken nicht wirklich chaussetirt werden, dieselbe mit dem Kies, welcher aus den Fluß-Beeten genommen wird, nachdem man die Dielen zuvor mit Pferdemist, oder grüner Nadelstreu bedeckt hatte.

Es ist dabey die Bekiesung in der Mittel-Linie durch die ganze Brücke am stärksten, und nimmt in gewisser Wölbung nach den Enden der Dielen, oder nach den Landern zu, allmählig ab; sie bildet dabey eine Curve, deren Halbmesser 8 mal größer als die Breite der Brücke ist.

Ist nun die Breite der Brücke $= a$. Fuße, und die Wölbung $= x$; und ihr Halbmesser $= \varrho$; so ist $x = \frac{\frac{1}{4} a^2}{2 r}$ beynahe; oder $x = \frac{1}{8} \frac{a^2}{\varrho} = \frac{1}{8} \cdot \frac{a^2}{8 . a}$. oder $x = \frac{1}{64} a$.

Man findet daher die Wölbung der Bekiesung der Brücke, wenn man $\frac{1}{64}$ ihrer Breite zu ihrer Beschüttung am Rande addiret.

Für die Freysinger Brücke ist $a = 26$ Fuße, und die Beschüttung am Rande $= 3$ Zolle; also die Wölbung der Bekiesung $3 + \frac{26}{64} . 12$. oder 8 Zolle beynahe.

Für diese Wölbung ist daher auch der Flächen-Schnitt der Bekiesung

$$26 . \tfrac{3}{12} + \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{5}{12} . 26 . \text{ oder } 26 . (1 + \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{5}{3}) . \tfrac{3}{12} = 13\tfrac{4}{9}$$

Quadrat-Fuße;

mithin ist auch der cubische Inhalt der Beschüttung der ganzen Brücke $160 . 13\frac{4}{9}$ oder 2151 Cub. Fuße.

Nehme ich nun wegen der Zwischenräume das Gewicht eines Cubic-Fußes der Bekiesung nur zu 80 Pfunden an, so ist die Last derselben über der ganzen Brücke 172080 Pfunde; wobey auf einen Bogen derselben in den andern 57360 Pfunde trift.

Diese

Diese Last vertheilet sich nun bey der Brücke auf ihre 7 Verbindungsschwellen, und auf die 2 Querschwellen der Stützsäulen an den Widerlagern; es trift also auf einen in den andern eine Last von 4780 Pfunden.

Setzt man daher in der Formel (b.) den Werth von $A = 4780 = B =$ und $C = 2390$; und $b = 20$; $c = 40$; so ist beynahe

$$x = 2 . \left(\frac{6374 + 20 . 6374 + 40 . 3177}{40} \right) = 130 \text{ Centner};$$

Die Bekiesung drückt also jeden Bogen der Brücke eben so stark in seiner Mitte nieder, als ihn eine Last von 130 Centnern in seinen Scheitel-Flächen drücken würde, wenn er übrigens sonst frey wäre.

Nehme ich nun für ausgetrocknetes Holz die Senkung der Hälfte des grünen Holzes, so ist auch

$$4\tfrac{1}{4} : \gamma = \frac{96}{10{,}528} : \frac{130}{15{,}566}; \text{ oder } \gamma = 3{,}73 \text{ Zolle.}$$

Die Brücke würde sich also durch ihre Bekiesung um 3,73 Zolle weiters setzen.

§. 13.

Einfluß der technischen Construction der Brücke auf ihr Setzen.

Vergleichet man das statische Setzen einer hölzernen Bogenbrücke, mit ihrem wirklichen Setzen, oder dem Setzen, welches Hr. von Wiebeking seither nach der Erfahrung für solche Brücken ausgemittelt hat, so zeiget sichs, daß letzteres immer größer als ersteres seye; und es liegt der Ueberschuß des letztern über das erstere immer in dem Technischen der Brücke; weswegen ich auch diesen Ueberschuß das technische Setzen der Brücke heiße.

Nun hat aber die Brücke in ihrer Construction gewisse Vorrichtungen, nach welchen selbst ihr statisches Setzen kleiner ausfallen sollte, als es nach der Gravitation der Bögen, und ihrer eigenen Last seyn sollte; sie unterlieget dagegen aber gleichzeitig andern Einwirkungen, wornach ihr Setzen das statische übertreffen muß; könnten sich letztere gegen erstere ganz aufheben, so würde das technische Setzen der Brücke verschwindend, und sie deswegen nur ihr statisches Setzen noch zeigen.

Unter jene Vorrichtungen aber gehören zunächst die Windruthen, die Zug- und Creuzstreben der Brücke; von welchen erstere bey der Brücke folgende Dienste leisten.

a. Es wirken nemlich einmal die Windruthen, nach §. 11., der Ausbeugung der Brücke außer ihrer Verticalebene entgegen! Sinkt ferner die Brücke statisch, so hebet sich die hintere Seite der Schenkel ihrer Bögen, und krümmet sich um so stärker, je flächer ihre vordere Seite niedergebogen wird. §. 12. III.

Bey diesem Vorgang erweitern sich nun die Schwellfelder der Brücke, welche zwischen die Mittelpuncte E und Z der Schenkel der Bögen hineinfallen, während gleichzeitig die Schwellfelder der vordern und hintern Seite der Brücke oder zwischen D und G, und zwischen L und R um so enger werden, je mehr sich die Bögen an ihrer hintern Hälfte zwischen E und A, und zwischen Z und N krümmen.

Dieser Verengerung der Schwellfelder wirken aber die Windruthen der vordern und hintern Felder um so besser entgegen, je weniger sie nach ihrer Stärke und Holzart sich selbst biegen können; je strenger sie sich an die Stützklötze anschließen, und je dichter oder geheber sie in sich selbst über-

übers Creuz eingeplättet sind. Es können diese Felder sich nur in soweit verengern, als die Windruthen in ihren Falzen und Fugen dem Druck der Bögen nachgeben können.

b. Außerdem aber wirken auf die Zugstreben AE, und die Creuzstreben AP dem Setzen der Brücke entgegen! Erstere überspannen gewöhnlich die den Widerlagern am nächsten liegenden 2 Schwellenfelder, und stützen sich deswegen mit ihrem einen Ende an das Widerlager, und mit dem andern an eine der Schwellen jenes Feldes; es stützen sich eben so die Creuzstreben an das Widerlager, und an eine der Schwellen des ersten Feldes.

Diese Streben hindern nun zwar nicht das Heben der hintern Seiten der Bögen, weil sie sich mit ihrer Schwelle gleichzeitig heben; sie dienen zunächst die Brücke gegen den Sturm in ihrer Vertical-Fläche zu sichern und zu erhalten, §. 11., und vermindern außerdem den verticalen Druck der Schwellen, an welche sie sich stemmen, um so viel, als von diesem Druck auf die Streben nach ihrer Richtung trift.

Stünden die Streben unter ihren Schwellen senkrecht, so würden sie auch die Last ganz tragen, mit welcher diese Schwellen ihres Orts auf die Bögen senkrecht drücken; sie würden in dieser Stellung die Stelle der Joche vertretten. Da sie aber schief an die Schwellen sich anstemmen, so drücken diese um so weniger gegen sie, je schiefer sie stehen, oder je größer der Winkel AEe ist, welchen die Streben mit der Loth-Linie dEe machen; sie drücken noch um so weniger gegen die Streben, je kleiner auch der Winkel ist, welchen die Streben mit der Querschwelle der Widerlager, nach ihrer queren Stellung machen.

Es drücken z. E. die Schwellen in E mit einer Kraft U niederwärts, während die Streben sich an dieselbe unter

einen Winkel AEe = ν stemmen, und mit der Querschwelle der Widerlager einen Winkel = ω machen; so ist einmal, nach §. 11., der Druck der Schwelle auf die Streben selbst gleich

$$U \,.\, \mathrm{Cos}\, \nu \,.\, \mathrm{Cos}\, \omega \,. = \Delta U.$$

Ist ferner der senkrechte Druck der Schwellen in P gleich W; und die Creuzstreben AP machen mit der Loth-Linie Pp den Winkel APp = λ; und mit der Querschwelle des Widerlagers den Winkel $\varkappa$; so ist auch der Druck der Schwellen gegen die Creuzstreben, gleich

$$W \,.\, \mathrm{Cos}\, \lambda \,.\, \mathrm{Cos}\, \varkappa \,. = \Delta W.$$

Für die Freysinger Brücke ist, nach §. 12. III. U = 15258; W = 15950 Pfund; AEe = 77° = ν; und ω = 13°; ferner APp = 73 „ 18'; und $\varkappa$ = 31° „ 0. Also ΔU = 772 Pfund und ΔW = 3928.

Nun ist ferner in dem Ausdruck §. 12. III.

$$\Delta x = 2 \,.\, \left[\frac{\Delta U \,.\, 40 + \Delta W \,.\, 20}{80}\right] = \frac{109440}{40} = 2736.$$

das ist: die Zugstreben und Creuzstreben vermindern bey dieser Brücke ihr statisches Sinken in so weit, als wenn sie in ihrem Scheitel eine Last von 2736 weniger drückte.

Wird diese auf die 3 Bogen der Brücke ausgeschlagen, so trift auf einen in den andern 912 Pfunde; und die Brücke senket sich so, als wenn jeder ihrer Bögen statt mit 18748, nur mit 17836 Pfunden belastet wäre.

Da sich nun ein Bogen in den andern unter ersterer Last im grünem Zustande um 11,2 Zolle, unter letzterer aber 10,654 Zolle setzen würde, so effectuiren die Zug- und Creuzstreben nur so viel, daß die Brücke sich um 0,546 Zolle weniger setzet.

c. Unter die technischen, das Setzen der Brücke vermindernden Vorrichtungen, gehören ferner die Seiten- oder Sturmbögen FE. Fig. 4.

Diese

Diese werden vorzüglich angebracht, um die Brücke in ihrer Verticalebene beym Sturm zu erhalten; sie hindern zwar das Heben der hintern Bogenseiten nicht, weil sie sich mit den Bögen gleichzeitig heben: da aber jeder Bogen, wenn er in seinem Scheitel flächer gedrückt wird, gegen das Widerlager schiebet, so schiebet er die Geschwelle in E um so mehr rückwärts, je flächer er in H gebogen wird; und dieß Schieben hindern die Seitenbögen in so weit, als sie durch den Druck der sich schiebenden Bögen nicht selbst aufwärts gehoben werden.

Je schiefer aber die Lage dieser Bögen ist, oder je höher sie an dem Widerlager mit ihrem einen Ende F, z. E. nach K zu, gelegt werden, um so mehr würden sie das Schieben der Seitenbögen hindern, und selbst gegen ihr Heben wirken.

Schiebet z. E. die Last, welche einen Seitenbogen in den andern in seinem Scheitel um einen Zoll bieget, den Bogen mit einer Kraft von 100 Centnern gegen den Bogen FE an, so kann der Bogen nicht weiters nach dem Widerlager zu sich schieben, als 100 Centner Kraft, die Sehne des Bogens FE durch sein Biegen kürzer machen können.

d. Wären an den Schenkeln der Bögen selbst Mittel-Streben angebracht, welche sich an die Geschwelle in P und N anstemmen, oder die Mitte der Bogenschenkel überspannen, so müßten diese das Setzen der Brücke sehr stark vermindern.

Denn da die Bögen sich in E und Z bey dem Setzen der Brücke am stärksten biegen, mithin die Schwellen in N und P sich dadurch um so näher kommen, je größer diese Ausbiegung ist, so verhindern Streben, die von P nach N reichen, dieß Ausbiegen gänzlich, wenn sie so stark sind, daß sie durch den Druck, welchen der sich zu

krümmen strebende Bogen auf sie an beyden Enden ausübet, nicht selbst gebogen werden können.

Es könnten solche Streben selbst etwas gekrümmt seyn, und man könnte dadurch, daß ihrer mehrere neben einander angebracht werden, auch die Stärke der einzelnen ersetzen; wobey es sich an und für sich verstehet, daß diese Streben in die Bögen, ehe der Fahrgang aufgesetzt wird, auf das straffeste zwischen die Schwellen P und N eingezogen und gekeilt werden; das überhaupt für jede Art von Streben Statt finden muß, wenn sie ihre zu erwartende Dienste leisten soll.

e. Hat eine Brücke Diagonal-Bögen, §. 10., so stemmen sich ihre 4 Schenkel an die mittlere Schwelle in L und an den Mittelbogen an, und jeder wirket durch die Reaction, welche er nach seiner noch übrigen Elasticität äußern kann, §. 4., aufwärts und strebet durch dieselbe, das Creuz der Brücke zu heben; es wirkt also jeder durch seine Reaction dem Setzen der Brücke entgegen.

Da aber jeder Schenkel auch durch sein halbes Gewicht die Schwelle in L niederwärts drücket, so wirket der Diagonal-Bogen nur durch den Ueberschuß seiner Reaction über sein halbes Gewicht, mit dem Gewicht der Schrauben und Kluppen, dem Setzen der Brücke entgegen: er verstärkt wohl gar das Setzen der Brücke, wenn seine Last mit den connexen Dingen größer als seine Reaction ist.

f. So wie nun alle an der Brücke angebrachte Arten von Streben, nebst andern bestimmten Zwecken, auch die Verminderung des Setzens der Brücke nebenbey beabsichtigen, so liegen gleichzeitig in der technischen Construction der Brücken gewisse Motive, wornach ihr technisches Setzen mehr oder minder beträchtlich werden kann.

Diese

Diese Motive finden sich in den Widerlagern, in der festen Spannung der Brücken-Bögen, in den Schifftungen ihrer Curven, und in den Einplättungen ihrer Geschwelle.

Sind nemlich die Pfähle oder Bürsten, auf welchen der Rost des Widerlagers zu liegen kommt, nicht so feste in den Boden eingerammet, daß sie unter der Last der Brücke noch tiefer sinken müßten, so kann dieses Sinken der Fundamente der Brücke, wenn es auf einer Seite stärker als auf der andern vorgehet, eine Deformation der Figur der Bögen der Brücke selbst veranlassen; wobey sich dieselbe auf einer Seite stärker, als auf der andern Seite ausbiegen, wohin das Uebergewicht der Last sie drücket.

Es kann die Brücke in ähnliche Umstände kommen, wenn die Fundamente der Widerlager nicht in so weit gegen das Ausspühlen gesichert sind, daß die Bürsten sich zur Seite neigen müßten.

Sind ferner die auf ihrem Fundamente ruhende Widerlager selbst in ihrer Substanz so weich oder geben ihre Mörtelverbindungen in so weit nach, daß die Bögen sich in sie eindrücken können, so wird dadurch die Oeffnung der Brücke um so viel größer; ihre Bögen ziehen sich nach einem größern Halbmesser, und werden flächer; sie deformiren sich, wenn das Widerlager auf einer Seite mehr, als auf der andern nachgibt.

Dieser Druck der Brücke gegen ihre Widerlager, nimmt immer mehr zu, je mehr ihre Bögen austrocknen, und dadurch ihren vorigen geradlinichten Zustand stetig herzustellen streben: er nimmt dabey um so stärker zu, je grüner die Balken bey ihrem Biegen auf dem Lehrgerüste sind, und je kürzer die Zeit ist, während welcher sie auf demselben verharren konnten; weil das Holz um so weniger an seiner natürlichen Elasticität verliehret, je bälder es von dem Lehrgerüste abgenommen wird. §.4.

g. Wenn

g. Wenn aber auch selbst die Widerlager nicht sinken können, und den Seiten-Druck der Brücke genüglich auszuhalten vermögen, so finden sich dem ungeachtet in der Stabilität und in den Holz-Verbindungen der Brücke noch mancherley Motive ihres technischen Sinkens; die sämmtlich in der Festigkeit des Ganzen und seines Details ihren Grund haben.

Da nemlich die Bögen der Brücke nach einem gegebenen Halbmesser auf eine bestimmte Oeffnung und Höhe gebogen sind, so muß der Abstand der Stützschwellen, an welche die Bögen sich stemmen, dergestalt geordnet seyn, daß die Bögen in ihrem aufgerichteten Zustand, auch die Form annehmen können, die ihnen nach ihrem Halbmesser zukommt; ja sie müssen besser etwas zu enge als zu weit gespannet, und deswegen zwischen die Widerlager und die Stützsäule ausgetrocknete Keile bis zum Stehen eingetrieben werden; es verursachet das Schwinden der Keile und Stützsäulen, so wie das Setzen der Mauer der Widerlager durchs Austrocknen, eine Erweiterung der Oeffnung der Brücke, und mit dieser ein Setzen des Bogens im Ganzen. Außerdem aber hängt das technische Setzen der Brücke noch von der Festigkeit ihrer gesammten Bögen ab, welche die Last des Ganzen zu tragen haben.

Diese Bögen constituiren sich aus ihren gekrümmten Balken oder Curven, und werden ohne alle Verzahnung, unmittelbar über einander gelegt, durch Schrauben zusammen gezogen; ihre Festigkeit integrirt sich daher aus der unmittelbaren Berührung ihrer Tangental-Flächen; der Bogen ist bey sonst übrigen gleichen Umständen um so stabiler, je inniger sich seine Curven unter sich berühren; er trägt als solcher das Maximum der Last, die er nach seiner Stärke und Spannung zu tragen vermag.

Wo

Wo hingegen die Curven sich nicht innigst berühren, überwältiget der Druck des Fahrganges und der Schwellen eine nach der andern, und drücket dadurch den ganzen Bogen selbst in seinem Scheitel um so tiefer nieder, je mehr die Last die einzelnen Curven überwuchten kann, und das technische Setzen der Brücke wird dadurch um so bedeutender.

In Stellen, wo daher die Curven sich nicht unmittelbar berühren sollten, müssen solche gefüttert; und insbesondere bey einer neuen Brücke, deren Curven dnrch ihr ferneres Austrocknen noch schwinden, von Zeit zu Zeit die Schrauben bis zum Stehen angezogen werden.

h. Bey Bögen von großen Oeffnungen, müssen ferner die Balken, aus welchen sich ihre Curven constituiren, zusammengeschifftet werden! Diese Schifftungen ergeben sich durch das Ueberplätten des einen Balkenendes, über das andere, wobey die Schrauben, welche durch sämmtliche Curven gehen, die Schifftungen zusammen halten.

Je mehr daher eine Curve Schifftungen hat, je kürzer diese selbst, und je schlechter sie eingeplättet sind, um so stärker kann sie durch eine äußere Last niedergedrückt werden; es kann ein Bogen, der sich aus mehrern solchen über einander gelegten, durch Schrauben zusammen gezogenen Curven ergibt, um so tiefer in seinen Scheitel niedergedrückt, und im Ganzen deformirt werden, je öfter und schlechter seine Curven geschifftet sind, und je öfter bey ihm die Schifftungen gerade über einander treffen.

Das technische Setzen der Brücken-Bögen hängt daher neben ihrer festen Spannung, auch von der Zahl, Beschaffenheit, und dem Wechsel der Schifftungen seiner Curven ab, aus welchen er bestehet: er setzet sich in gegebener Oeffnung und Höhe, unter der nemli-

nemlichen Last um so weniger technisch, je weniger seine Balken nach ihrer Länge, Schifftungen haben, je besser diese geplättet oder auch verkeilet sind, und je schicklicher sie in den Curvenlagen dermassen unter sich wechseln, daß die Schifftungen der vorhergehenden Lagen mit der folgenden nicht zusammen treffen.

i. Damit ferner die Curven selbst sich nicht der Länge nach über einander verschieben, werden zwischen jede Lage derselben, in gewissen Abständen, Spannkeile eingelassen; es werden eben so in die Bögen die Schwellen selbst viereckicht eingeplättet.

Je mehr daher ein Bogen solche Einplättungen hat, um so mehr wird seine Continuität geschwächt, und er sinket unter der Last des Fahrganges um so tiefer, und deformiret sich um so stärker, oder er setzet sich um so mehr technisch, je mehr er solcher Einschnitte hat, und je weniger die Spannkeile und Schwellen, bey einem unfleißigen Einlassen, dieselbe ausfüllen, oder je besser sie sich nach der Weiche ihrer Holzart zusammendrücken lassen, oder durch ihr Schwinden wohl gar locker werden. Es müssen daher auch solche Einplättungen von Zeit zu Zeit ausgekeilt werden, wenn das technische Setzen der Brücke nicht immer zunehmen soll.

§. 14.

Der Seiten-Druck einer Brücke gegen ihre Widerlager.

Wenn die Brücke nach einem ihrer Widerlager wuchtet.

I. Die Widerlager haben bey der Bogen-Brücke einmal die ganze Last derselben, jedes seines Orts zur Hälfte zu tragen, und außerdem auch noch den Seiten-

Druck

Druck ihrer sämmtlichen Bögen auszuhalten; es verhält sich dieses eben so mit den Jochen, wo die Brücke mehrere Oeffnungen hat!

Dieser Seiten-Druck summiret sich zunächst aus dem Druck, welchen die Bögen der Brücke, nach der ihren Curven noch übrigen Elasticität durch ihre Reaction, §. 4. ausüben, und aus dem Druck, welcher durch das statische Setzen der Brücke, oder auch durch sonstige Deformation ihrer Bögen auf die Widerlager entstehet. §. 12.

Das technische Setzen der Brücke, §. 13., hat auf den Druck gegen die Widerlager nur in soferne Einfluß, als es von der geringen Spannung der Curven über einander durch die Schrauben, §. 13. g. abhänget; das Ausbiegen der Schifftungen, und das Nachgeben der Einplättungen, §. 13. h. i. hat keine Folgen auf den Seiten-Druck, weil das dadurch entstehende technische Setzen der Brücke, nur von einer größern Nachgiebigkeit der Theile herrühret.

Stehen nun die Bögen einer Brücke zwischen ihren Widerlagern und Jochen aufgerichtet frey, §. 12. III. a., so drücket jedes Ende der Bögen das Widerlager zunächst mit einer Kraft, die der noch bestehenden Reaction des Bogens gleich ist, §. 4.; und es wird dieser Druck noch durch das statische Setzen der Bögen durch ihre Gravitation §. 12. I. vermehrt.

Setzet sich z. E. ein Bogen in seinem Scheitel durch seine Gravitation um einen Zoll, so drücket er dadurch gegen seine Widerlager eben so, als wenn er durch eine äußere Last in seinem Schenkel um einen Zoll gebogen würde; er bieget sich dabey in der Mitte jedes seiner Schenkel um einen Zoll aus, und drücket gegen jedes seiner Widerlager mit einer Kraft, die dem halben Druck jener Last gleich ist.

Um

Um nun die statische Untersuchung über den Seiten-Druck der Brücke auf die Widerlager im Allgemeinen anzustellen, bedinge ich folgendes.

Es bezeichne in Fig. 10. DAB einen Seiten-Bogen der Brücke, wie er sich in seinen Umständen von dem Fahrgang und den Schwellen belastet, an seine Widerlager in D und B stemmet.

Sinkt nun das Widerlager in B mehr als in D, §. 13. f., so gewinnt die Brücke nach dieser Seite die Ueberwucht, und jeder ihrer Bögen deformirt sich um so stärker, je größer diese Ueberwucht ist: es ziehen sich die Schenkel der Bögen auf der entgegengesetzten Seite DE flächer, während ihr übriger sich wölbet, und in H sich um HK ausbieget; es schiebet sich so jeder Schenkel gegen das Widerlager in B an, und drücket dasselbe um so stärker, je größer die Auswölbung HK nach der Ueberwucht der Brücke ausfallen muß.

In ähnliche Umstände kommt auch jeder Bogen der Brücke, wenn ihr Joch in D sich überbieget, und die Bögen nach dem entgegengesetzten Widerlager schiebet.

Ich denke mir nun ein Lehrgerüste von dem Halbmesser BC des Bogens, und nehme an, der Bogen EHB = 2HB solle auf denselben gebogen werden, so wird, wenn der Bogen in E durch eine Kraft P um HF gebogen wird, sein Ende in B mit der nemlichen Kraft auf dem Lehrgerüste gehalten werden müssen, oder es wird mit der Kraft gegen die Zwinge drücken, welche sie auf dem Gerüste fest hält.

Wird der nemliche Bogen in E durch eine Kraft $P + \Delta P$ um EG heruntergebogen, so wölbet er sich in seiner Mitte um LK, und stemmet sich in B an sein Widerlager mit der Kraft $P + \Delta P$ an: der Druck in B ist daher immer der biegenden Kraft in E gleich!

Hätte

Hätte nun der Bogen EKP seine Elasticität ganz verlohren, könnte also gar keine Reaction mehr äußern, so würde er, wenn er durch eine Kraft ΔP in seiner Mitte um HK stärker als zuvor gebogen würde, auch mit der Kraft ΔP gegen sein Widerlager drücken!

Wenn es daher darauf ankommt, diesen Seiten-Druck für eine gegebene Ausbiegung HK der Bögen einer Brücke zu berechnen, so wird man zuvörderst die Kraft ausfinden müssen, welche den Bogen EKB, dessen Sehne EB ist, um FK und LH zu biegen vermag; und der Unterschied zwischen beyden wird den verlangten Seiten-Druck abgeben.

Nun bieget sich aber, nach (§. 6. b.), der Probe-Balken von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, in seinem grünen Zustand, durch eine Kraft von 3247 Pfunden, um 44 Zolle oder $\frac{11}{3}$ Fuße, und es ist in diesem Zustande seine halbe Sehne = 28,8 Fuße.

Es ist daher in der Biegungs-Function §. 2. III. e. der Werh von h = 12 Zoll; $c = \frac{11}{3}$; l = 28,8 Fuße. Hat nun der Bogen DAB q. Balken oder Curvenlager, und bieget ihn eine Kraft Q′ und Q um LK und FH; so ist einmal

$$3246 : Q' = \frac{12^4 . 11}{3.28{,}8.(28{,}8^2 + (\frac{11}{3})^2)} : \frac{q . H^4 . LK}{LB . (LB^2 + LK^2)};$$

oder wenn man das constante 3te Glied durch O bezeichnet, so ist auch

$$Q' = \frac{q . H^4 . LK}{LB . (LB^2 + LK^2)} . \frac{3246}{O}.$$

und

$$Q = \frac{q . H^4 . FH}{FB . (FB^2 + FH^2)} . \frac{3246}{O}.$$

mithin ist auch der Seiten-Druck auf das Widerlager in B, gleich

$$\Delta P = q . H^4 \left(\frac{LK}{LB(LB^2 + LK^2)} - \frac{FH}{FB(FB^2 + FH^2)} \right) \frac{3246}{O}.$$

Da aber die Biegung bey E oder EG niemalen so bedeutend seyn kann, daß die Distanzen EB und BG auffallend verschieden seyn könnten, so kann man ohne merklichen Fehler BG = EB, folglich auch um so mehr FL = 0 setzen; und es wird deswegen unter dieser Voraussetzung der Druck auf das Widerlager in B, gleich

$$\Delta P = \frac{q \cdot H^4}{BF}\left(\frac{FK}{BF^2+FK^2} - \frac{FH}{BF^2+FH^2}\right)\frac{3246}{O}.$$

In Fällen, wo der Unterschied FK — FH nicht bedeutend ist, kann man auch den Druck auf das Widerlager in B setzen,

$$\Delta P = \frac{q \cdot H^4 \cdot HK}{\frac{1}{2}EB \cdot (FB^2+FH^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

In diesem Ausdruck lassen sich die Werthe von EB „FH durch Zeichnung oder auch durch Rechnung finden, wenn die Stelle, wo der Bogen sich am stärksten ausbieget, und die Ausbiegung HK gegeben sind.

Um dieses durch ein Exempel zu erläutern, nehme ich an, die Freysinger Brücke biege sich in der Mitte H ihrer Schenkel um 7,8 Zolle aus. Für dieselbe ist nun BC = 169,35 Fuße; DB = 159; AM = 12 Fuße; und ACB = 17° „ 10′; mithin KCB = 8° „ 35′; FB = 60,018; FH = 6,763 Fuße; H = 14 Zolle; q = 3 Curven auf einem Bogen.

Es ist ferner $\frac{3246}{O} = 10365$; $FB^2+FH^2 = 3645,7381$;

also $\Delta P = 355,32$ Pfunde.

Da nun die Brücke 3 solcher Bögen hat, so ist der Seiten-Druck ihrer Bögen gegen das Widerlager in B gleich 1066 Pfunde; in so weit er blos von der Ueberwucht abhängt, mit welcher die Brücke von einer Seite nach der andern wuchtet.

Seiten-

Seiten-Druck der Brücke durch ihr Setzen.

II. Setzet sich die Brücke in ihrem Scheitel um (β) Zolle, nach §. 12. III.; so ist der hieraus entstehende Seiten-Druck der Schenkel ihrer Bögen, auf beyde Widerlager gleich groß; und um so stärker, je größer ihre Senkung (I.) ist.

Für diesen Fall gehet nun die Linie EB in AB, und FH in WR über; und es ist deswegen, wenn die Brücke p. Bögen hat,

$$\Delta P = \frac{p.q.H^4.\beta}{WB.(WB^2 + WR^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

Nun ist ist aber $\frac{3246}{O} = 1036{,}5$; und aus der Gleichung für den Kreis $BW^2 = 2r.WR - WR^2$; mithin $WR = \frac{BW^2}{2r}$ beynahe.

Setzt man MB = M; AM = C; und WB = u; so ist auch

$$AB = \tfrac{1}{2}\sqrt{(M^2 + C^2)} = WB; \quad \text{mithin auch}$$

$$\Delta P = \frac{p.q.H^4.\beta}{u^3.\left(1 + \frac{u^2}{4r^2}\right)} \cdot 1036{,}5.$$

Für die bisher immer betrachtete Freysinger Brücke ist nun r = 269,35; q = 3; p = 3; u = 40,2; H = 14 Zolle; also für β = 9 Zolle Senkung

$$\Delta P = 4132 \text{ Pfunde}.$$

Wenn sich also diese Brücke in ihrer Mitte um 9 Zolle statisch setzet, so drücket sie ohne Rücksicht auf die Reaction ihrer Bögen, jedes ihrer Widerlager mit 4132 Pfunden; oder mit 5643 Pfunden, wenn sich die Brücke durch ihre Bekiesung, §. 12. IV., um 3 Zolle weiters setzet.

Es ist ferner, nach §. 4., die Reaction jedes Bogens dieser Brücke, 1456 Pfunde, wenn man dieselbe zur Hälfte

der seine Balken biegenden Kraft anschlagen kann; mithin für alle 3 Bögen dieser Brücke 4368 Pfunde; es drückt folglich die Brücke jedes ihrer Widerlager durch ihr Setzen, und durch die noch übrige Reaction ihrer Bögen mit einer Kraft von 8500 Pfunden; oder als bekieset mit 10011 Pfunden. Letzterer Druck wird um so kleiner, je geringer die Elasticität des Holzes von Natur, und je mehr sie durch die Behandlung der Balken beym Krümmen, und insbesondere durch ihr Verweileu auf dem Lehrgerüste noch mehr geschwächt wird; er würde ganz $=0$ werden, wenn die Balken ihre Elasticität ganz verliehren könnten. §. 4.

§. 15.

Statik der Widerlager hölzerner Bogen-Brücken.

Resistenz der Widerlager und Joche.

I. Die Widerlager der Bogen-Brücken sind immer jene natürliche oder künstliche Anlagen, welche, indem sie die Last der Brücke tragen, auch zugleich den Seiten-Druck auszuhalten haben, welchen die Reaction der Bögen der Brücke §. 4., und ihre Deformation durch das Setzen der Brücke §. 12., und durch die sie passirende Lasten, an ihrer Stelle verursachet.

Es sind dabey die Widerlager natürliche, wenn die Brücken-Bögen unmittelbar auf Felsen gelegt und angestemmt werden können; sie sind dagegen künstliche, wenn das Fundament der Widerlager auf einen Rost aufgesetzt, und das Widerlager auf denselben von Quadern, oder Mauerwerk aufgeführt werden muß.

So wie nun das Fundament des Widerlagers, die halbe Last der Brücke, ohne weiters zu sinken, tragen muß,

muß, §. 14. I., so muß auch seine Wand den Seiten-Druck gleichzeitig auszuhalten vermögen.

Dieser Seiten-Druck äußert sich immer zunächst an jenen Stellen, an welchen sich die Bögen an die Wand stemmen, in welcher sie eingemauert werden; es werden diese Stellen selbst noch am stärksten von den übrigen gedrückt, wo die Enden der Bögen sich an Stützsäulen stemmen, die mit der Kammer des Widerlagers verbunden sind; wo das Widerlager mit solcher versehen ist.

Auf jeden Fall muß daher das Widerlager so feste seyn, daß es vorerst den Druck auszuhalten vermag, mit welchem die Bögen der Brücke ohne äußere Belastung auf dasselbe wirken.

Dieser Druck ist bey der Freysinger Brücke, nach §. 14., für ein Bogen-Ende, 3400 Pfund, auf $3 \cdot \frac{14}{12} \cdot \frac{14}{12}$ oder 4 Quadrat-Fuße; also auf einen Quadrat-Fuß 850 Pfunde.

Es muß daher das Mauerwerk seines Orts vorerst so stark seyn, als wenn es als Fundament eines Gebäudes, auf einen Quadrat-Fuß 850 Pfund Last zu tragen hätte, in einem Boden, der mit jenem ganz gleichartig ist, an welchen sich die Wand des Widerlagers anschließet.

Da aber die Reaction der Bögen immer stärker wird, je grüner ihr Holz anfänglich bey ihrem Aufsetzen ist, und je mehr es austrocknet §. 13. f.; auch die Lasten, welche die Brücke passiren, nach Umständen ihre Bögen deformiren, und dadurch einen Seiten-Druck gegen die Widerlager veranlassen, und außerdem auch selbst wegen der Joche gewisse Umstände eintretten können, wornach sie sich auf eine Seite senken, so müssen die Widerlager immer so stark angelegt werden, daß sie den halben Seiten-Druck sämmtlicher Oeffnungen der Brücke genüglich auszuhalten vermögen.

Sie müßten also bey der Freysinger Brücke wenigstens so stark seyn, daß ein Quadrat-Fuß derselben in den andern, eine Last von 1700 Pfunden zu tragen vermag.

Ist überhaupt der Seiten-Druck der Enden der Bögen auf einen Quadrat-Fuß = C. Pfunde, und die Brücke hat m Oeffnungen; so muß jeder derselben wenigstens mC. Pfunde zu tragen vermögen.

Hr. von Wiebeking gibt den Widerlagern der Freysinger Brücke von 2 Oeffnungen eine Stärke von 22 Fußen; wornach es überflüssig stark genug ist.

Resistenz der Pfeiler.

II. Hat eine Bogen-Brücke mehr als eine Oeffnung, so ruhet immer der nächste Schenkel der dem Lande nächsten Oeffnungen, auf einer Unterlage GC und DF Fig. 6. auf, die in dem Fluß oder in dem Graben, über welchen die Brücke gesprengt ist, führet; es ruhen die übrigen Oeffnungen einzig auf solchen Unterlagen auf, an welche sie sich zu beyden Seiten stemmen.

Diese Unterlagen werden Brücken-Pfeiler genannt, wenn sie ihres Orts ganz von Mauerwerk, oder auch aus großen Steinmassen aufgeführt sind; sie heißen statt dessen Joche, wenn sie aus starken Pfählen bestehen, welche bis zum Stehen in den Grund des Flußes eingerammet, und mit Schwellen oder Traggurten versehen sind, auf welchen die Bogenschenkel aufliegen.

Was nun einmal die Pfeiler anbelangt, so stelle in Fig. 11. ACED das breite Profil eines solchen Pfeilers durch seinen Schwerpunct E vor, dessen Länge der Breite der Brücke gleich ist.

Auch bestehe die Brücke selbst aus 3 Bögen, welche sich mit ihrem einen Ende an den Pfeiler, mit dem andern

dern aber an das Widerlager stemmen; ihre halbe Last mit dem Druck derselben auf D sey = P, und der Seiten-Druck auf den Pfeiler = Q; auch treffe die Central-Linie durch die Mitte der Bögen in die Stelle bey B; und M. bezeichne das Gewicht des Pfeilers selbst, das man sich in seinem Schwerpunct vereinet vorstellen kann.

Fället man aus der Stelle B eine Loth-Linie BH herunter, so drücket einmal die Brücke in dieser Richtung den Pfeiler mit ihrer halben Last P, und strebet ihn um den Punct A umzustürzen; während sie gleichzeitig durch ihren Seiten-Druck Q, denselben in horizontaler Richtung BK um den Punct C. umzustürzen strebet.

Wäre nun die Wucht des Seiten-Drucks größer, als die Wucht des verticalen Drucks, so würde der Pfeiler um C umstürzen, wenn nicht gleichzeitig auch die Wucht seiner eigenen Last jenem Druck nach der Loth-Linie EF entgegen wirkte. Soll daher der Pfeiler seines Orts bestehen, so wird das Moment des horizontalen Drucks den Momenten des verticalen Drucks gleich seyn müssen; das ist: es muß seyn

$$CK.Q = CF.M + CH.P.$$

Es sey nun BH = CK = d; und die Auflage des Bogens auf dem Pfeiler oder AH = α; die Höhe DC des Pfeilers = f; seine Länge nach dem Querschnitt der Brücke = a; und seine Breite AC = x; auch wiege von seiner Substanz ein Cubic-Fuß in den andern (g) Pfunde.

Nach dieser Bezeichnung ist CH = x − α; und M = g.afx; mithin

$$d.Q = \tfrac{1}{2}x.gafx + (x - \alpha).P.$$

Aus welcher Gleichung sich die Stärke des Pfeilers berechnen läßt, in welcher er der Brücken gehörig resistirt.

Es ist nemlich

$$x = -\frac{P}{gaf} + \sqrt{\frac{1}{gaf}\left(2(d.Q+\alpha P)+\frac{P^2}{gaf}\right)}.$$

Liegt die Brücke auf dem halben Pfeiler selbst auf, oder ist ihre Auflage AH = AF = FC; so ist auch

$$d^{*}.Q = \tfrac{1}{2}x.gafx + \tfrac{1}{2}xP; \text{ folglich}$$

$$x = -\frac{P}{2(gaf)} + \sqrt{\frac{1}{gaf}.\left(2.d.Q+\frac{P^2}{4gaf}\right)}.$$

Ist nun das Fundament des Pfeilers in das Grund-Beet des Flußes so tief eingesenkt, daß es gegen das Ausspielen des Wassers genugsam gesichert ist, so hängt die Höhe BH = d von dem höchsten Wasserstand des Flußes ab; weil die Bögen wegen des Eisganges nicht wohl tiefer aufgesetzt werden können, als die Eisschilder dieselbe nicht mehr erreichen können.

Je größer daher die Höhe d ist, um so mehr ist der Pfeiler durch den Seiten-Druck der Breite bey einerley Last derselben gefährdet, und um so breiter muß er deswegen gemacht werden.

Stünden die für die Brücke zu errichtenden Pfeiler bereits fertig, und man setzet auf sie die Brücken-Felder zu beyden Seiten gleichzeitig auf, wie dieß auch immer geschiehet, so können die Pfeiler schwächer seyn; sie dürften, wenn der Druck und Gegen-Druck auf beyden Seiten gleich wäre, nur so stark seyn, daß sie dem Strome gehörig widerstehen, und nach ihrer Höhe, und nach der respectiven Feste ihrer Substanz, unter der auf ihr ruhenden Last, sich nicht biegen!

Da aber bey einer Brücke von mehrern Feldern der erste Pfeiler immer den Seiten-Druck zunächst auszuhalten hat, welchen eine auf dem ersten Feld sich bewegende Last durch die Deformation der Bögen auf ihn bringt, so müssen deswegen die Pfeiler noch etwas stärker seyn,

um

um auch diesen Druck aushalten zu können; sie müssen noch etwas stärker seyn, wenn die Brücken-Felder unter sich selbst, nach ihrer verschiedenen Oeffnung und wegen anderer in ihrer Construction liegenden Dinge, nicht einerley Last haben; oder wohl gar ein Pfeiler vor dem andern in seinem Fundament von dem Strom geschwächt, und in etwas zur Seite sinken sollte.

Resistenz der Brücken-Joche.

III. Bedienet man sich statt der Pfeiler der Joche, so bedarf eine Brücke von n. Oeffnungen, immer (n — 1) Joche, deren jedes aus einer Reihe neben und hinter einander, in das Fluß-Beet bis zum Stehen eingerammter Pfähle bestehet, mit welcher durch eiserne Schrauben die Tragschwellen auf beyden Seiten verbunden sind, auf welchen die Brücken-Bögen aufliegen.

Es ruhet außerdem diese Schwelle auf einem Unterlager von Steinen, mit welchen das Joch außer der Faschinade umgeben ist; wodurch das Joch selbst in seinem Grunde gegen das Ausspielen des Stromes gesichert wird.

Uebrigens wird das aus seinen Pfählen sich constituirende Joch von den Fluß-Beeten bis dorthin, wo es den Fahrgang über seiner Hauptschwelle trägt, mit Dielen beschlagen, und sämmtliche Zwischenräume mit Mörtel zu Abhaltung der Feuchte, und daraus entstehender Fäulniß, ausgegossen.

Es hat ferner das Einrammen selbst seine besondern Vortheile, worüber Hr. v. Wiebeking in der Brückenbau-Kunde die schätzbarsten Erfahrungen von S. 97—111. anführet; auf jeden Fall aber schliefet, jeder mit seinem eisernen Schuh an seinem untern Ende einzurammende Pfahl, unter den nemlichen Schlägen, um so tiefer in den Boden, je weicher dieser ist, oder je weniger er nach seiner Weiche, dem Eindringen des Pfahls widerstehet;

 es

es widerstehet der Boden dem Eindringen ungleichartig, wenn er aus verschiedenen auf einander folgenden Schichten von stärkerer oder schwächerer Resistenz bestehet; das aus dem Schliefen des Pfahls bey einerley Schlägen zu beurtheilen ist.

Es seye nun der mittlere Pfahl des Jochs Fig. (12.), und mit ihm jeder andere desselben, um die Tiefe AE unter das Grund-Beet des Flußes AZ eingedrungen; die Tragschwelle, auf welcher die einen Schenkel der Brücke ruhen, befinde sich in B, und die Central-Linie durch die Bögen treffe in C; während die Straßenbäume der Brücke auf den Pfahl in D drücken.

Dabey muß nun einmal die Schwelle B ganz Wasserpaß oder setzwägig mit der Schwelle liegen, auf welcher die andern Enden der Brücken-Bögen aufliegen; weil sonst die Brücke nach jener Seite wuchten würde, wo die Schwelle tiefer liegt. §. 14. I.

Ist nun dieses, und die Brücke würde auf das Joch und auf das Widerlager am Lande aufgesetzt, so würde die Brücke durch ihre halbe Last, und durch ihren Druck in D, jeden Joch-Pfahl lothrecht niederwärts drücken, während sie durch ihren Seiten-Druck in C. denselben aus seinem verticalen Stand zu drücken, oder umzubiegen strebet. Es vertheilet sich dabey der verticale, wie der Seiten-Druck auf sämmtliche Pfähle ebenmäßig; oder es trägt jeder $\frac{1}{9}$ der Last und des Drucks, wenn das Joch 9 Pfähle hat.

Diesem Biegen aber widerstehet jeder Pfahl durch seine Festigkeit sowohl, als auch durch die Resistenz des Bodens, in welchem er stecket.

Stecket nemlich der Pfahl in dem Boden von AE, oder durchaus so feste, daß das ihn umgebende Land in der Richtung des Drucks nicht ausweichen, oder fester

zusam-

zusammen gedrückt werden kann, so kann sich der Pfahl nur von A bis C biegen; er bieget sich hingegen auch in dem Boden, in soweit ihm dieser nach der Festigkeit seiner Schichten nachgeben kann; er bieget sich bey dem nemlichen Seiten-Druck in C um so mehr, je tiefer und stärker der Boden unter dem Grund-Beet sich zusammen drücken lässet.

a. Je tiefer daher die Pfähle in solchen Erdschichten des Bodens stecken, die ihn unbeweglich feste halten, um so fester stehet jeder Pfahl an und für sich, mithin auch das Joch selbst. Diese Tiefe verhalte sich für die Joche zweyer Brücken, wie U und U′.

Je stärker und unbiegsamer ferner die Pfähle des Jochs an und für sich, und je mehrere ihrer sind, um so weniger kann der Seiten-Druck der Brücke sie bey übrigen gleichen Umständen biegen; sie können dabey noch um so weniger gebogen werden, je kürzer das Moment des Drucks, oder der Abstand des Punctes C von der Schicht des Bodens ist, welche nicht mehr zur Seite ausweichen kann.

Es bezeichnen nun h und H die Stärke der Balken, aus welchen die Joche zweyer Brücken A und B bestehen; und m „ n die Anzahl derselben für jedes Joch.

Auch fällt für die Brücke A der Punct C, auf welchen die Bögen zunächst ihren Seiten-Druck ausüben, von dem festen Boden um AC, für die Brücke B aber um CF ab; so verhalten sich nach §. 3. II. b., wo hier $r = R = \infty$ ist, die Kräfte welche die Joche zu biegen vermögen, wie

$$\frac{U m . h^4}{AC} : \frac{U' n . H^4}{AF} .$$

Sind die Pfähle für beyderley Joche gleichstark, und gleichviel; so verhalten sich die biegende Kräfte noch dire-

directe, wie die Tiefen, auf welche sie in dem festen Boden stecken, und verkehrt, wie die Abstände des angegriffenen Puncts, von dem festen unbiegsamen Boden des Grund-Beetes.

Es stecken z. E. die Pfähle der Brücke A und B, 20 und 24 Fuß tief in den Boden; und der Abstand der Central-Linie der Bögen von der nicht mehr biegsamen Erdschicht ist für diese Brücken 15 und 6 Fuße; so verhalten sich für gleiche Stärke und Anzahl der Pfähle, ihre Biegsamkeiten

$$\text{wie } \frac{20}{15} : \frac{24}{6} = 1 : 3;$$

die Joche der Brücke B würden also 3mal fester als der A Brücke stehen.

b. Trägt das Joch auf beyden Seiten gleichzeitig die halbe Last der auf ihm ruhenden Brücken-Bögen, so streben diese, das Joch lothrecht mit einer Kraft in den Boden zu drücken, die der halben Last jeder, mit dem Druck des Fahrganges auf die Oberschwelle des Jochs gleich ist; während der Seiten-Druck der einen, sich gegen den Seiten-Druck der andern aufhebt, im Fall die Brücken gleiche Lasten haben.

Würden nun die Pfähle des Jochs in das Grund-Beet nicht so tief eingerammet seyn, daß sie durch jene Last noch tiefer in den Boden sinken müßten, so kämen die Schwellen der Oeffnungen aus ihrer Horizontal-Ebene; würden sich aber dessen ungeachtet in ihrem verticalen Stand erhalten, weil der Druck der einen Oeffnung sich gegen den Druck der andern aufhebt; es würden sich nur die Bögen jener Oeffnungen deformiren, für welche dieser Fall Statt findet.

Hat hingegen die Brücke mehr als ein Joch, oder mehr als zwey Oeffnungen, und das Joch DF in Fig. 6. ist gesunken, so drückt nun der Bogen GF gegen das

Joch

Joch GC nicht mehr so stark, als der Bogen HG gegen das nemliche Joch wuchtet, weil die größere Wucht der Bögen GF gegen das Joch DF fällt.

Es müßte daher das Joch GC sich in so weit biegen, als die Ueberwucht der Seite HG dasselbe biegen kann; und die Bögen HG und GF würden sich gegen das Joch DF senken, das durch sein Biegen den Bogen FE stärker biegen oder deformiren, und den Seiten-Druck auf das Widerlager in B vermehren müßte; das die Ueberwucht des Ganzen auszuhalten hat.

Immer müssen daher die Joch-Pfähle so tief in den Boden eingerammet werden, daß sie unter der Last der auf ihnen ruhenden Brücken-Bögen nicht mehr tiefer sinken können; sie müssen, wenn auch der Druck und Gegendruck der Oeffnungen der Brücke unter sich gleich, und die Jochschwellen unter sich setzwägig sind, dennoch so stark seyn, daß sie sich nicht merklich biegen, wenn eine die Brücke passirende Last die Bögen jeder Oeffnung nach der andern bieget oder deformiret, und dadurch einen Seitendruck gegen die Joche veranlasset.

Insbesondere aber müssen die Joche gegen das Ausspielen durch Faschinen immer verwahret werden; weil ihre Biegsamkeit mit der Tiefe des festen Grundes unter den Schwellen zunimmt; wobey es sich an und für sich verstehet, daß die Joche durch schiefe Pfähle oder Eisbrecher gegen den Eisgang bestens gesichert werden.

Um das bisher über die Joche angeführte durch ein Exempel zu erläutern, berechne ich den Seitendruck auf ein Joch von 12 Pfählen, in 18 Zoll Vierung, und nehme an, die Mittel-Linie, in welcher der Seitendruck der Bögen auf das Joch vor sich gehet, falle 12 Fuße von jener Erdschicht des Bodens ab, die sich nicht mehr zusammendrücken läßt; oder der Abstand des festen, unbiegsamen Bodens von jener Linie sey 12 Fuße. Auch sey der

der Druck, welcher einen solchen Pfahl in diesen Umständen auf einen Zoll bieget, = Q.

Nun wird aber, nach §. 2., ein fichtener Balken von 16 Zollen Vierung, in einer Länge von 53 $\frac{1}{2}$ Fußen, durch eine Kraft von 263 Pfunden auf 3 $\frac{1}{2}$ Zoll gebogen; sein halber Arm ist daher 26 Fuße; da er hingegen für das Joch nur 12 Fuße ist.

Setzt man nun in der Biegungs-Function §. 2. III. $h = b = 16$ Zolle; $H = B = 18$ Zolle; $c = 3\frac{1}{2}$ Zolle $= \frac{7}{24}$ Fuße; $l = 26$; $L = 12$ Fuße; $C = 1$ Zoll $= \frac{1}{12}$ Fuß; und $P = 263$; so ist

$$Q = 1224.$$

Nun hat aber das Joch 12 dergleichen Pfähle; es würde also ein Seiten-Druck von 1224 . 12 oder 14688 Pfunden, dieses Joch erst um einen Zoll aus seiner Vertical-Ebene drücken können.

Stünde hingegen die Mittel-Linie des Seiten-Drucks von der festen Erdschicht nochmal so hoch, oder 24 Fuße ab, so würde ein Seiten-Druck von 1836 Pfunden das Joch schon um einen Zoll biegen.

Je höher daher die Mittel-Linie des Seiten-Drucks an dem Joche von dem Grund-Beet des Flußes, oder eigentlich von jener Schicht desselben absteht, von welcher an der Boden ganz unnachgiebig zu werden beginnet, um so gefährlicher wird der Seiten-Druck den Jochen; und um so nothwendiger ist es, die Joche der Brücke, durch stetige Unterhaltung ihres Faschinenbaues, gegen das Ausspielen bestens zu sichern.

Die Hebung der Brücke durch das Weichen ihrer Joche.

IV. Weichet das Joch einer Brücke von 2 Oeffnungen durch sein Ausflößen, oder durch andere Umstände, nach

nach einer Seite über, so erweitert sich die Sehne des einen Bogens, und die Sehne des andern wird um so viel enger, als das Joch außer der Vertical-Ebene gewichen ist.

Es setzet sich dadurch der eine Bogen nach einer Krümmung von größerem Halbmesser, während der andere gleichzeitig in seiner Mitte sich um so viel hebt, als jenes Ausweichen beträgt.

Ist nun die halbe Oeffnung des sich hebenden Bogens für den Halbmesser $= R$, in seinen natürlichen Umständen $= M$; und seine Höhe $= C$; und das Joch drücket sich nach dieser Seite um ΔM, so heben sich die Scheitel dieses Bogens um ΔC; und es ist nach der Gleichung für den Kreis

$$M^2 = 2RC - C^2; \text{ auch } \Delta C = \frac{M \cdot \Delta M}{R - C}.$$

Für die Freysinger Brücke ist $M = 79\frac{1}{2}$; $C = 12$; $R = 269{,}35$; mithin

$$\Delta C = \frac{159}{514{,}7} \cdot \Delta M.$$

Bieget sich nun das Joch um einen Zoll über, so hebt sich auch diese Seite der Brücke in ihrem Scheitel um $\frac{3}{10}$ Zolle; und die andere senket sich um eben so viel.

Die Aufstauung des Flußes, durch die Pfeiler und Joche.

V. Je breiter nun die Brücken-Pfeiler in dem Fluße errichtet sind, um so mehr verengen sie das Fluß-Beet selbst; und wenn auch die Joche an und für sich nur schmal sind, III. b., so verengen doch die Steinlager und Faschinaden, durch welche sie gegen das Ausspielen gesichert werden, das Fluß-Beet um so mehr, je breiter nach der Tiefe des Flußes dergleichen Anlagen, oder Joch-Inseln gemacht werden müssen.

Je

Je mehr aber durch diese Inseln das Fluß-Beet verenget wird, um so mehr muß sich das Wasser aufstauen, weil es eine größere Höhe gewinnen muß, um jene Geschwindigkeit zu erhalten, mit welcher nach wie vor gleiche Wasser-Mengen das Profil des Flußes an der Stelle der Brücke passiren können.

Die Aufstauung des Wassers wird daher auf jeden Fall um so größer seyn, je geschwinder der Fluß an der Stelle der Brücke, vor Etablirung der Joch-Inseln strömet, und je stärker sein Beet durch solche Anlagen verenget wird.

Es sey nun das Profil des Flußes innerhalb der Widerlager der Brücke $= a$; und seine vorige Geschwindigkeit $= c$. Nachdem nun die Joch-Inseln etablirt wurden, verbleibet für den freyen Lauf des Flußes noch ein Profil von b Fußen; und sein Wasser beweget sich nun mit einer Geschwindigkeit γ.

Je größer nun das vorige Profil (a) mit dem nachmaligen (b) ist, um so größer wird auch die Geschwindigkeit (γ) in Vergleich mit der Geschwindigkeit (c) seyn müssen; oder es wird seyn

$$c : \gamma = b : a; \text{ oder } \gamma = \frac{ac}{b}.$$

Nun bezeichne ferner der Buchstabe (g) die Beschleinigung der Schwere für die erste Zeit-Secunde; und α und β die den Geschwindigkeiten c und γ zugehörige Fallhöhen; so ist einmal $c = 2 . \sqrt{\alpha \gamma}$; $\gamma = 2 . \sqrt{\beta \gamma}$; mithin

$$\alpha = \frac{c^2}{4g}; \text{ und } \beta = \frac{a^2 . c^2}{4g . b^2};$$

und es wird sich deswegen das Wasser in dem Fluße um ($\beta - \alpha$) Fuße aufstauen müssen, weil man die für so große Oeffnungen ganz unbedeutende Zusammenziehung des Wassers gänzlich beseitigen kann; und es wäre sonach

nach die durch die Joch-Inseln bewirkte Aufstauung des Wassers

$$\text{gleich } \frac{c^2}{4g}\left(\frac{a^2 - b^2}{b^2}\right).$$

Es sey z. E. in Fig. (6.) für die hydrometrische Weite AB des Flußes sein Profil, bey der Wasser-Höhe AU = BZ gleich a; und die Summe der Querschnitte der Joch-Inseln NMPQ = d; so ist b = a — d.

Setzt man ferner $a : b = 1 : \mu$; so ist auch die Aufstauung

$$x = \frac{c^2}{4g}\left(\frac{1 - \mu^2}{\mu^2}\right) \text{ Fuße.}$$

Es sey z. E. das Profil des Stromes bey einer Wasser-Höhe, welche die Schwelle des Joches beynahe erreichet, 3220 Quadrat-Fuße. In diesen Strom wird das Joch einer Brücke von 2 Oeffnungen etablirt, das mit seiner Insel einen Flächen-Schnitt von 80 Quadrat-Fußen, in seiner größten Breite hat.

Für diesen Fall ist also a = 3220; b = 3220 — 80 = 3140; und $\mu = \frac{314}{322}$.

Nach Baierischen Fußen ist ferner die Beschleunigung der Schwere oder g = 16,800735 Fuße.

Hätte nun der Fluß vor Etablirung des Jochs eine Geschwindigkeit von 8 Fußen auf die Secunde gehabt, so würde er sich durch dasselbe aufstauen,

$$\text{um } \frac{64}{4 \cdot 16{,}8} \cdot \frac{5088}{98596} = \frac{1}{20} \text{ Fuß oder } \tfrac{3}{5} \text{ Zolle.}$$

Dieses möchte die Aufstauung des Wassers durch die Freysinger Brücke seyn, für den Fall, daß das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 8 Fußen fließet; es ist die Aufstauung durch das Joch selbst auf den Fall, wenn das Wasser mit 16 Fußen sich bewegte, nur $\frac{4}{5}$ Fuß oder $2\frac{2}{5}$ Zolle.

Wirkung des Eisganges auf die Bogen-Brücke.

VI. Der Eisgang auf großen Strömen ist bekanntlich eines der fürchterlichsten Phänomene der Natur; er nimmt nur gar zu oft die Joche der Bock- oder Joch-Brücken mit, wenn Eismassen und anderes, was der Strom mit sich führet, an denselben anstoßen, die nach ihrer Größe zwischen den Jochen nicht mehr hindurch passiren können, wo sich also Schollen an Schollen und anderes anschließen, bis das Joch dem Druck nachgeben muß, und so mit ihnen ein Theil, nicht selten auch die ganze Brücke selbst mitgenommen wird!

Statt dessen gewähren aber die Bogen-Brücken beym Eisgang den großen Vortheil, daß, nach ihren großen Oeffnungen, auch die breitesten Eisschollen und anderes unter ihnen hindurch passiren kann; sie können also immer noch bestehen, wenn an dem nemlichen Strom der Eisgang die Bock-Brücken mitnimmt; die Bogen-Brücken gewinnen durch ihre Ausdaurung auch von dieser Seite einen großen Vorzug vor den gewöhnlichen Joch-Brücken; wenn sie anders so hoch angelegt werden können, daß der Eisgang die Unterlager ihrer Bögen an den Widerlagern nicht erreicht; und ausserdem ihre Joche selbst so feste sind, daß sie durch den Stoß der Schollen nicht leiden.

Um nun die Wirkung des Eisganges statisch zu erwägen, stelle ich über denselben folgende Betrachtungen an.

Ich nehme an, das Wasser ziehe sich unter der Brücke mit einer Geschwindigkeit von (c) Fußen in einer Secunde durch, die einer Fall-Höhe von (a) Fußen zukommt; und (g) bezeichne die Beschleunigung der Schwere; so ist einmal $a = \frac{c^2}{4g}$;

in welchem Ausdruck $g = 16{,}8$ Baierische Fuße ist.

Es

Es ströme nun eine feste Masse in dem Strome fort, deren Gewicht P ist, und stoße an dem Eisbrecher des Joches der Brücke an, welcher mit dem Horizonte den Winkel β macht; so verhält sich das Moment des Stoßes,

wie $P \cdot c \cdot \sin \beta$;

oder der Stoß ist um so stärker, je größer das Gewicht des anstoßenden Körpers, und je größer die Geschwindigkeit des Stroms an der Brücke ist, und je näher der Winkel β einem rechten kommt.

Es sey z. E. die anstoßende Masse ein Eisschollen von 20 Fußen Vierung und ein Fuß Dicke; und die Geschwindigkeit des Wassers 10 Fuße auf eine Secunde, und der Winkel $\beta = 80°$.

Nun ist einmal der Inhalt des Schollens = 400 Cub. Fuße, und sein Gewicht $\frac{9}{10} \cdot 400 \cdot 50 = 180$ Centner beynahe.

Auch ist ferner die Fall-Höhe, welche der Geschwindigkeit des Wassers zukommt, oder $u = \frac{100}{4 \cdot 16,8} = 1\frac{1}{2}$ Fuße; auch ist $\sin 80° = 0,984$; und es ist deswegen die Wirkung des Schollens auf das Joch eben so groß, als wenn eine Last von $0,984 \cdot 180$ oder 177 Centner von einer Höhe von $1\frac{1}{2}$ Fußen auf dasselbe fiele.

Wiegt ein Rammen 12 Centner, und fällt 4 Fuße hoch herunter, so ist das Moment seiner Wirkung $12 \cdot 4 = 48$; es ist eben so das Moment des Schollens $177 \cdot 1\frac{1}{2} = 265\frac{1}{2}$; beyde verhalten sich also gegen einander, wie $48 : 265\frac{1}{2}$; das ist, das Moment des Stoßes des Schollens ist $5\frac{1}{2}$mal größer, als das Moment des Stoßes eines Rammens von 12 Centnern, der 4 Fuß hoch herunter fällt; oder das Moment des Stoßes ist $5\frac{1}{2}$mal größer, als das Moment der Kraft, welche den Balken senkrecht in den Boden treibt.

Hat nun das Joch 8 solcher Pfähle, so vertheilet sich der Stoß auf alle dieselben gleichzeitig; es ist daher

 die

die Wirkung des Stoßes des Schollens noch $\frac{11}{16}$ der Kraft, welche sie sämmtlich in den Boden treibt.

Ist der Eis-Pfahl des Joches dermassen keilförmig zugehauen, daß seine lange Seite sich zu seiner Stärke wie 3 : 2 verhält, so ist die Wirkung jenes Stoßes auf das Joch noch $\frac{2}{3} \cdot \frac{11}{16}$ oder $\frac{11}{24}$ jener Kraft, welche die Joch-Pfähle in den Boden treibt.

Diesem Stoß nun widerstehet das Joch durch die Resistenz der festen unbiegsamen Schichten des Grundes, in welchem seine Pfähle stecken, und durch die Last der Brücke, welche auf seinen Traggurten ruhet; es bestehet fortan, so wie diese Resistenz größer, als der das Joch treffende Stoß ist.

§. 16.

Function der Tragbarkeit einer hölzernen Bogen-Brücke.

Reaction des Fahrganges der Brücke.

I. Der Fahrgang einer hölzernen Bogen-Brücke bestehet immer aus neben einander gelegten Straßenbäumen, die ihrer Länge nach zugeschifftet sind, und sämmtlich auf den Schwellen der Bögen der Brücke, und der Stützsäulen ihrer Widerlager aufliegen. Er ist gewöhnlich mit Dielen oder Deckblanken belegt; und die Stärke seiner Straßenbäume und der Abstand derselben von einander, richtet sich nach der Weite der Schwellfelder, nach der Frequenz der Passage, und nach der Last der Frachtwägen, welche die Brücke passiren. Der gewöhnliche Abstand dieser Straßenbäume ist 3½ Fuß, in 12 Zoll Vierung.

Mit

Mit dem Fahrgang sind ferner die Streichhölzer, und überhaupt die Landerhölzer der Brücke, durch die Landersäulen, und insbesondere durch die das Ganze verbindende Schrauben, in innigster Verbindung, so daß das Landerwerk der Brücke mit dem Fahrgang ein unzertrennliches Ganzes ausmacht, das deswegen durch äußere Ursachen, auch gleichzeitige conforme Aenderungen erleiden muß.

Eine Last, welche den Fahrgang und mit diesem auch die Bögen der Brücke bieget, bieget daher auch gleichzeitig das Landerwerk der Brücke um gleichviel; und es hilft deswegen auch das Landerwerk, die Tragbarkeit des Fahrganges constituiren.

Ich rechne deswegen nach der Stärke, welche Hr. v. Wiebeking den Landerhölzern gibt, 2 derselben mit einem Straßenbaum gleichachtig; und gebe deswegen den Fahrgang immer 2 Straßenbäume zu.

So wie aber eine Last den Fahrgang mit dem Landerwerk und die Bögen der Brücke in ihrem Scheitel bieget, so erfähret derselbe sämmliche in (§. 12.) angeführte Veränderungen; es hebet sich sein Vorder- und Hintertheil, während seine mittlere Hälfte von D bis L in Fig. (4.) sich senket; es krümmet sich dabey der Fahrgang zwischen seinen Schwellen D und L nach einer krummen Linie, deren Ordinaten sich durch die Senkungen der Bögen in den Stellen N„H„K ergeben, auf welche die Schwellen drücken, welche die biegende Last unmittelbar zu tragen haben.

Ueber diesen Schwellen vertheilet sich nun auch die biegende Last nach der Zahl der Schwellen, welche sie tragen; es trägt z. E. jede $\frac{2}{7}$ der Last, wenn die Brücke zwischen D und L, 4 Schwellenfelder, also 5 Schwellen hat, auf welche die Last sich vertheilt.

Hat die Brücke überhaupt von einem Mittelpunct E zum andern der Schenkel ihrer Bögen (u) Schwellenfelder, so vertheilet sich die sie biegende Last über (u + 1) Schwellen, und es trägt deswegen auch die mittlere Schwelle in den Scheitel ihrer Bögen $\frac{1}{u+1}$ der biegenden Last.

Außerdem vertheilet sich auch die in der Mitte des Fahrganges befindliche Last, über seine allda neben einander liegende Straßenbäume, so wie über jene 2, welche für die Landerhölzer gelten.

Hat z. E. die Brücke 7 Straßenbäume, so trägt einer in den andern $\frac{1}{7+2}$ der Last, welche auf ihre mittlere Schwelle trift. Wäre z. E. die biegende Kraft 9000 Pfund, und die Zahl der Schwellen, über welche sie sich vertheilt, wäre 5; so trägt eine in die andere 1800 Pfund; und diese 1800 Pfunde vertheilen sich abermals unter die 9 Straßenbäume, wornach auf einen in den andern eine Last von 200 Pfunden trift.

Ruhete nun der Fahrgang einzig auf seinen äußersten Schwellen über D und L, so würde er durch die in seiner Mitte drückende Last von 1800 Pfunden, sich eben so niederbiegen, als er sich biegen würde, wenn an jedem seiner 9 Straßenbäume in ihrer Mitte, eine Last von 200 Pfunden herunter hienge. Er wird sich unter dieser Last um so tiefer biegen, je größer der Abstand DL der Schwellen, und je schwächer seine Straßenbäume an und für sich sind.

Würde nun ein anderer Fahrgang unter gleichen Umständen und der nemlichen Last nur halb so viel in seiner Mitte sich biegen, so wäre er in den bisherigen Sinn der Tragbarkeit, zweymal tragbarer, als jener; oder es verhielten sich die Tragbarkeiten der Fahrgänge der Brücken, verkehrt, wie die Biegungen, welche sie unter

gleichen in ihrer Mitte ruhenden Lasten, erleiden.

a. Diese Tragbarkeit zu vergleichen, gehe ich abermals von dem Probe-Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung aus, §. 6. b., der sich im grünen Zustande unter einer Last von 3247 Pfunden um 18 Zolle; in dem trockensten Zustande aber nur um die Hälfte dessen bieget. §. 12. III. b.

Es bezeichnen nun (h) und (b) die Höhe und Breite der Straßen-Bäume des Fahrgangs, und (l) den Abstand der Schwellen D und L oder die halbe Länge der Brücke, so verhalten sich, nach §. 2. II., für die nemliche Last die Biegungen des Probe-Balkens, und der Straßenbäume, wie

$$\frac{58^3}{12^3 \cdot 12} : \frac{l^3}{h^3 \cdot b}.$$

Bieget sich nun der ausgetrocknete Probe-Balken unter einer Last von 3247 Pfunden um 9 Zolle, so biegt er sich nach dem logistischen Gesetz unter $\frac{1}{3}$ der Last, um $\frac{1}{5}$ dessen, §. 1.; oder er bieget sich bey einer Belastung von 1082 Pfunden um $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ Zolle.

Wenn ich nun die Straßenbäume des Fahrgangs mit dem Probe-Balken für gleichachtig und gleichstark, und die halbe Länge der Brücke von D nach L zu 80 Fußen annehme, so werden sich die Biegungen des Probe-Balkens und eines Straßenbaumes für einerley Last verhalten, wie

$$58^3 : 80^3 = \frac{9}{5} : 4{,}73.$$

oder ein solcher Straßenbaum würde sich unter einer Last von 1082 Pfunden auf 4,73 Zolle biegen.

Hätte nun der Fahrgang der Brücke 9 solcher Straßen-Bäume, so würde er sich auch unter der 9mal größern Last, oder unter 9738 Pfunden erst auf 4,73 Zolle biegen; er

er würde sich nach dem logistischen Gesetz der Biegung unter $\frac{1}{3}$ dieser Last, oder unter 3246 Pfunden erst um $\frac{1}{5}$ dessen, oder um 0,446 Zolle biegen; er würde sich deswegen auch unter einer Last von 3430 Pfunden in seiner Mitte um einen Zoll senken.

Sinkt aber der Fahrgang unter dieser Last auf einen Zoll nieder, so strebet er auch durch die natürliche Elasticität seiner Straßenbäume seine geradlinichte Figur stetig herzustellen, und stellet auch dieselbe ganz wieder her, so wie der Druck der Last aufhöret.

Es reagiret daher der Fahrgang der ihn biegenden Last, und wirket dadurch der Last aufwärts entgegen, die ihn mit dem Brücken-Bogen gleichzeitig bieget: es muß die Last, welche den Fahrgang und die Brücken-Bögen um einen Zoll biegen soll, der Summe der Lasten gleich seyn, welche den Fahrgang und die Brücken-Bögen um einen Zoll bieget.

In diesem Fall wäre also die Reaction des Fahrganges, wenn er auf eine Länge von 80 Fußen, auf einen Zoll in der Mitte niedergebogen wird, einer Kraft von 3430 Pfunden gleich.

h. Um nun auch einen allgemeinen Ausdruck für die Reaction des Fahrganges einer Brücke zu finden, auf den Fall, daß derselbe auf einen Zoll in der Mitte seiner afficirten Länge gebogen wird, setze ich den Theil der Länge des Fahrganges, in soweit derselbe die Biegung verspühret, $= l$; setze die Höhe und Breite seiner Strassenbäume (h) und (b), und nehme an, daß diese immer auf ihrer schmalen Seite liegen.

Auch habe der Fahrgang (n) Straßenbäume neben einander, und das Geländerwerk kann, seiner Reaction nach, mit (μ) Straßenbäumen gleichachtig genommen werden.

Nach

Nach den bisherigen Betrachtungen wird daher ein Straßenbaum des Fahrgangs sich unter einer Last von 1082 Pfunden, um (u) Zolle biegen; und es ist

$$\frac{58^3}{12^3 . 12} : \frac{l^3}{h^3 . b} = \frac{9}{5} : u;$$

$$\text{also} \quad u = \frac{l^3}{58^3} \cdot \frac{12^3}{h^3} \cdot \frac{12}{b} \cdot \frac{9}{5} \text{ Zolle.}$$

Nun hat aber der Fahrgang der Brücke $(n+\mu)$ Straßenbäume; er senket sich also auch unter einer $(n+\mu)$mal größern Last erst auf u. Zolle; er setzet sich auch nach dem logistischen Gesetz unter einer Last von $\frac{1}{3}(n+\mu)$ 1082 Pfunden, um $\frac{1}{5}$ u. Zolle.

Bezeichnet nun P die Last, unter welcher der Fahrgang sich auf einen Zoll bieget, so ist auch

$$\tfrac{1}{5} u : 1 = \tfrac{1}{3}(n+\mu) . 1082 : P;$$

$$\text{also} \quad P = \tfrac{5}{3} . \frac{(n+\mu) . 1082}{u}.$$

Für die Freysinger Brücke ist der Werth von l ihrer halben Länge oder 80 Fußen gleich; und ihre Strassenbäume haben 12 Zoll Vierung; mithin ist für ihren Fahrgang

$$u = \frac{80^3}{58^3} \cdot \frac{9}{5} = 4{,}73 \text{ Zolle.}$$

Sie hat ferner 7 Straßenbäume und das Geländerwerk für 2 derselben gerechnet, ist $u+\mu = 9$; mithin

$$P = \frac{5}{3} \cdot \frac{9 \cdot 1082}{4{,}73} = 3431 \text{ Pfunde.}$$

Bezeichnen für eine andere Brücke L „ H „ B, mit l „ h „ b, gleichnahmige Dinge; so ist einmal

$$u : u' = \frac{l^3}{h^3 . b} : \frac{L^3}{H^3 . B};$$

$$\text{also auch } P : P' = \frac{(n+\mu) . h^3 . b}{l^3} : \frac{(n'+\mu') . H^3 . B}{L^3}.$$

Wäre der Fahrgang einer Brücke B dem einer Brücke A ganz gleich, nur hätte derselbe nach der größern Breite der Brücke 12 Straßenbäume; so ist

$$P : P' = 9 : 12 + 3 = 9 : 14; \text{ also}$$
$$P = 5336 \text{ Pfund.}$$

Der Fahrgang dieser Brücke würde also einer Last, die ihn um einen Zoll bieget, mit einer Kraft von 5336 Pfunden reagiren.

Deformation der Brücke, durch eine sie vorne oder hinten biegende Last.

II. Sind die Schrauben, welche die Curven zusammen spannen, mit jenen, welche den Fahrgang und die Brücken-Geländer mit den Bogen verbinden, bis zum Stehen angezogen; die Curven selbst durch Keile, welche zwischen die Widerlager und die Stützsäulen eingetrieben worden, aufs stärkste gespannt, auch die Curven selbst, wo sich Lücken zwischen ihnen zeigen möchten, so wie ihre Schifftungen, und Einplättungen der Geschwelle bestens ausgekeilt; auch die Windruthen, Zug- und Creuzstreben in gehöriger Spannung ihres Orts angebracht — so setzet sich nun der auf solche Art construirte feste Brükken-Körper, nach den in §. 12. betrachteten statischen Gesetzen, dergestalt in seiner Mitte, daß nun der Gleichgewichts-Zustand ein Druck und Gegendruck auf beyden Seiten, gegen die Vertical-Fläche durch die Scheitel ihrer Bögen hergestellt ist.

Es ruhet dabey der Fahrgang der Brücke mit seiner Bekiesung und Landerwerk auf den Scheiteln sämmtlicher Bögen der Brücke, auf den Stützsäulen der Widerlager, und auf den Schwellen ihrer Schwellfelder, und die Last ist auf der Brücke zu beyden Seiten ihrer Vertical-Ebene, durch die Scheitel ihrer Bögen, oder auf ihrer rechten

und

und linken Seite, gleich vertheilt; mithin auch die Momente der Belastung auf einer Seite so groß als auf der andern.

Es drücket dabey die Brücke gegen ihre Widerlager zu beyden Seiten gleichstark, und gegen jedes derselben mit einer Kraft, welche der noch übrigen Elasticität ihrer Curven, oder ihrer Reaction und der Biegung zukommt, welche ihre Curven in der Mitte ihrer Seiten, durch das statische Setzen des Ganzen, erleiden müssen.

a. Dieser Gleichgewichts-Zustand der Brücke ändert sich so, wie eine Last Z ihre Bögen in der Stelle E. Fig. (10.) nach der Loth-Linie EN senkrecht drücket. Es wuchtet die Brücke nach dieser Seite, um diese Last stärker; und wenn die Last so groß ist, daß sie die Bögen der Brücke um den Theil EG biegen kann, so stemmet sich jeder Theil ihrer Bögen DE an das Widerlager in D an, während der übrige Bogen EAB sich um so stärker wölbet, und sich an das Widerlager in B andrücket, das sein Ausweichen hindert. Es wölbet sich unter diesen Umständen jeder Bogen der Brücke eben so, als wenn er frey oder unbelastet wäre, da die Wucht der einen Seite der Brücke an und für sich durch die Wucht der andern aufgehoben wird; und jeder Bogen erhält in der Stelle bey K seine stärkste Wölbung, die mitten zwischen seinen übrigen Theil EAB trift; und bieget sich um HK aus, oder er deformiret sich um diesen Theil.

b. Alles kommt daher zunächst darauf an, das Verhältniß zu finden, in welchem HK mit EG stehet, oder in welchem Verhältniß sich der übrige Bogen EAB wölbet, wenn sein einer Schenkel AED und EG flächer gedrückt wird.

Da hierüber keine Versuche im Großen bekannt sind, so habe ich deswegen mit der Schiene (§. 6. a.) Versuche

suche im Kleinen angestellt. Ich gab derselben eine verschiedene Spannung, indem ich sie auf 500 „ 400 „ 300 des 1000 theiligen Nürnberger Maaßstabs elevirte, und nahm für ihre 8 Theile, die entsprechenden Ordinaten, nach dem Maaßstab ab.

Nachgehends beschwerte ich den einen Schenkel der Schiene mit dem nemlichen Gewicht, dessen ich mich bey den Versuchen (§. 6.) bedient hatte, an verschiedenen Stellen; maß die Ordinate dieses Schenkels, und der gleichnahmigen des andern oder des übrigen Bogens; und fand hieraus, daß sich die Wölbung des übrigen Bogens in seiner Mitte immer am größten zeigte; und daß sich beynahe die Senkung EG zu der Wölbung HK, wie der Bogen DE zum Bogen EAB, oder auch, wie DN : NB verhalte.

Bezeichnet daher der Buchstabe (β) die Wölbung HK des Bogens EAB, so ist DN : NB = EG : β; oder

$$\beta = \frac{NB}{DN} \cdot EG = HK.$$

Verhält sich nun dieß im Großen auch eben so, so wäre in dem vorhin construirten Ausdruck für den Seiten-Druck §. 14. der Werth von HK aus EG, und dem Bogen DE bekannt.

Man kann ferner die Ordinate FH nach dem Aufriß des Bogens, und eben so auch FB messen, oder auch durch Rechnung finden; und sich auf diese Art die für die Auflösung des Ausdrucks nöthigen Data verschaffen.

Es sey z. E. der Center-Winkel DCB des Bogens $= \varphi$; und der Bogen DE : DAB $= 1 : n$; wo also der Buchstabe (n) einen Bruch bezeichnet, oder DCE $= n\varphi$; so ist

$$ECB = (1-n)\varphi; \text{ und}$$
$$DE : EG = EAB : HK; \text{ oder}$$
$$n\varphi : \alpha = (1-n)\varphi : \beta; \text{ mithin}$$
$$HK = \frac{1-n}{n} \cdot \alpha = \beta.$$

Ferner

Ferner ist CEB = EBC = $90 - \frac{1}{2}(1-n)\varphi$; und

$\text{Sin CEB} : BC = \text{Sin ECB} : EB$; oder

$\text{Cos} \frac{1}{2}(1-n)\varphi : r = \text{Sin}(1-n)\varphi : EB.$

$$EB = \frac{r.\text{Sin}(1-n)\varphi}{\text{Cos} \frac{1}{2}(1-n)\varphi}; \quad FB = \frac{r.\text{Sin}(1-n)\varphi}{2.\text{Cos} \frac{1}{2}(1-n)\varphi}.$$

Auch ist weiters in dem rechtwinklichten Dreyeck FCB

$1 : BC = \text{Sin FBC} : FC$; oder

$1 : r = \text{Cos} \frac{1}{2}(1-n)\varphi : FC$; $FC = r.\text{Cos} \frac{1}{2}(1-n)\varphi$;

mithin $FH = r.(1 - \text{Cos} \frac{1}{2}(n-1)\varphi) = 2r.\text{Sin}\left(\frac{(1-n)\varphi}{4}\right)^2$.

Letztlich ist noch $\text{tang ACB} = \text{tang} \frac{1}{2}\varphi = \frac{MB}{MC} = \frac{M}{r-C}$.

Um dieß mit einem Exempel zu erläutern, nehme ich an, jeder Bogen DAB habe eine Höhe AM = C = 12 Fuße, und eine Weite AB = 159 Fuße, und sey aus 3 Lagen 14zolliger fichtener Balken zusammengesetzt, nach einem Halbmesser r = 269,35 Fußen. Auch werde derselbe so, wie die übrigen Bögen der Brücke, gleichzeitig durch eine bewegliche Last in der Stelle bey E, um EG = 2,6 Zoll = α flächer gedrückt, und es ist der Bogen DE = $\frac{1}{4}$ des Ganzen EAB; nun fragt sichs: mit welcher Kraft das Ende jedes Bogens gegen sein Widerlager in B drücken werde?

Für diesen Bogen ist also $n = \frac{1}{4}$; $q = 3$; $M = \frac{159}{2}$ = 79,5 Fuße, H = 14 Zoll; mithin

$$\text{tang} \frac{1}{2}\varphi = \frac{79.5}{269,35 - 12}; \quad \text{oder } \frac{1}{2}\varphi = 17°,,10;$$

$$\text{und } \varphi = 34°,,20';$$

$$\text{und HK} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}.2,6 = 7,8 \text{ Zoll} = \beta.$$

Eine Last, welche den Schenkel AD in seiner Hälfte E um 2,6 Zoll bieget, wölbet die andere Seite der Brücke um 7,8 Zolle.

Ferner ist FB = 60,018; FB^2 = 3600; FH = 6,763; FH^2 = 45,7381, womit also die für den Bogen veränderliche Werthe bekannt sind. Es muß daher zunächst der Werth des constanten Factors $\frac{3246}{O}$ berechnet werden.

Nun ist aber $O = \frac{12^4 . 11 : 3}{28,8 . (28,8^2 + (\frac{11}{3})^2)}$; und

$$28,8^2 + (\tfrac{11}{3})^2 = 842,88.$$

$\log 12^4 = 4,3167248$	$\log 28,8 = 1,4593925$
$\log \frac{11}{3} = 0,5642714$	$\log 842,88 = 2,9257657$
4,8809962	4,3851582.

$\log O = 0,4958380$
$\log 3246 = 3,5113485$

$\log \frac{3246}{O} = 3,0155105.$

Es ist ferner $\log 3 = 0,4776263$
$\log 14^4 = 4,5845120$

5,0621383

$\log \frac{3246}{O} = 3,0155105$

8,0776488.

Ferner ist HK = 7,8 Zoll = $\frac{7\frac{4}{5}}{12} = \frac{39}{60}$ Fuß; und
HK^2 = 0,4 beynahe;
und $FB^2 + FH^2 = 3600 + 45,7381 = 3645,7381$;
$\log \frac{39}{60} = 0,8129133-1$; $\log 60 + \log 3645,7 = 5,3399322$;

also 8,0776488
0,8129133—1

7,8905621—
5,3399322

2,5506299

Absolut-Zahl = 355,32.

Der

Der Seiten-Druck des Schenkels EAB gegen sein Widerlager in B wäre also 355,32 Pfunde; mithin der 3 Bögen der Brücke 1065,96 Pfunde.

Nach den nemlichen Principien ist auch der Druck des Schenkels ED gegen das Widerlager in D gleich

$$q \cdot \frac{H^4. \quad EG}{DP.(DP^2 + EP^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

Es verhält sich also der Druck jedes Bogens, gegen seine Widerlager in B und D

$$\text{wie } \frac{HK}{(FB^2 + FH^2).FB} : \frac{EG}{DP.(DP^2 + EP^2)};$$

auch ist $DP = r.\operatorname{Sin} n\varphi$; und $EP = 2r.\operatorname{Sin}\left(\frac{n\varphi}{2}\right)^2$.

Nun ist aber in dem vorhandenen Fall $n = \frac{1}{4}$; $\varphi = 34°,, 20$, und $EG = 2,6$ Zoll; also

$$DP = 40,2 \text{ Fuß; und } EP = 3,0285;$$
$$PD^2 + EP^2 = 1625,21.$$

Folglich verhält sich der Seiten-Druck gegen das Widerlager in B, zu dem Seiten-Druck gegen das Widerlager in D, wie

$$\frac{7,8}{60.3645,7} : \frac{2,6}{40,2.1625,2} = 25353,12 : 20636,46;$$

oder es ist der Seiten-Druck gegen das Widerlager in D. 870 Pfunde.

c. Noch ist übrig die Last U auszumitteln, welche die Brücke in der Vertical-Ebene durch die Puncte E ihrer Bögen, um EG = 2,6 Zolle bieget, wozu ich folgenden Weg einschlage.

Nach (I.) bieget sich der Probe-Balken in einer Länge von 58 Fußen, in 12 Zolle Vierung, im ausgetrockneten Zustande, unter einer Last von 1082 Pfunden in seiner Mitte um $1\frac{4}{7}$ Zolle.

Hätte

Hätte nun der Balken die Länge DB, oder wäre er 159 Fuße lang, so würde er sich unter dieser Last um $\frac{159^3}{58^3} \cdot 1\frac{4}{5}$ Zolle in seiner Mitte biegen.

Wäre statt dessen der Balken 14 Zolle ins Quadrat, so würde er sich in dem Verhältniß $14^4 : 12^4$ weniger biegen; er wird sich also unter einer Last von 1082 Pfunden, um 19,06 Zolle biegen.

Wäre hingegen seine Tragbarkeit 15,566mal größer, oder der Tragbarkeit des Brückenbogens gleich, so würde er sich unter dieser Last nur um $\frac{19,06}{15,566}$ oder 1,224 Zolle biegen; er würde sich also auch unter einer Last von 2298 Pfunden um 2,6 Zolle biegen.

Drückt hingegen diese Last den Balken statt in seiner Mitte M, nun in der Stelle bey N, welche in die Verticale von E trift, so wird sie wenigstens in dem Verhältniß $\frac{DM}{DN}$ größer seyn müssen, wenn sie den Balken da auch um 2,6 Zolle biegen solle.

Ist z. E. DN $= \frac{1}{2}$ DM, so müßte die Last 2mal größer, oder 4596 Pfunde seyn, wenn sie den Balken in N um 2,6 Zolle biegen sollte; sie wird 3mal größer oder 13788 Pfunde seyn müssen, wenn sie 3 solche Balken neben einander um eben so viel biegen sollte.

Da nun der Druck der Last auf die Bögen der Brücke immer senkrecht ist, §. 12., so wird, wenn man indessen von der Reaction des Fahrganges abstrahiret, die Brücke sich unter dieser Last ebenmäßig, wie jene Balken, biegen; eine Last von 5303 Pfunden würde also auch die Schenkel ihrer Bögen in ihrer Hälfte oder in den Stellen E und R um einen Zoll biegen.

So wie aber die Last in der Verticalebene durch die Mitte der Bogenschenkel, diese allda um einen Zoll bieget, so muß sie auch den Fahrgang der Brücke

gleich-

gleichzeitig um eben so viel biegen, welcher dieser Biegung durch die natürliche Elasticität seiner Straßenbäume reagiret.

Sie hebet dabey die Brücke auf der andern Seite, und der höchste Krümmungs-Punct derselben fällt in die Stelle bey Z; welcher von der Schwelle in G um GD + DL, oder $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ der ganzen Länge des Fahrganges GD obliegt.

Ist nun für die Freysinger Brücke GR = 160 Fuße, so ist GL = 120 Fuße; die Last afficiret daher den Fahrgang bis auf 120 Fuß Länge.

Setzt man nun in (I.) den Werth von P = 3431 Pfunde für l = 80 Fuße, und L = 120 Fuße; so ist auch

$$P : P' = \frac{1}{80^3} : \frac{1}{120^3} = 3^3 : 2^3;$$

also P = 1016 Pfunde.

Der Fahrgang würde also einer Last, die ihn in E um einen Zoll bieget, mit einer Kraft von 1016 Pfunden reagiren.

Bieget nun eine Kraft von 5303 Pfunden die Schenkel der Bögen der Brücke, in der Vertical-Ebene durch E um einen Zoll, so ist deswegen die Last, welche den Fahrgang und die Brückenbögen allda um einen Zoll bieget, gleich 6319 Pfunde; und die andere Seite der Brücke hebet sich in diesem Falle um 3 Zolle.

Eine Last von 2106 Pfunden bieget daher auch die Schenkel der Brückenbögen in E um $\frac{1}{3}$ Zolle, und hebet die andere Seite der Brücke um $\frac{3}{3}$ Zolle!

Würde eine gleiche Last die Brücke auch auf ihrer andern Seite in Z in gleichem Abstand vom Scheitel drükken, so würde sich eine Biegung gegen die andere aufheben, und die Brücke höchstens in ihrem Scheitel etwas gehoben werden; sie wird eine conchoidale Figur an-

 nehmen,

nehmen, wenn die Schenkel so stark gebogen werden könnten, daß sie sich etwas hohl biegen müsten.

Je mehr daher die Last an den Widerlagern oder Jochen die Brückenbögen mit dem Fahrgang bieget, um so mehr deformiret sie ihre Bögen!

Als bey der Freysinger Brücke die Bekiesung von der einen Seite der Brücke begonnen wurde, während das Wasser das feste Land um das Joch um 5 Fuße ausgeflößet hatte, §. 15. III., drückte die Bekiesung das Joch zur Seite so, daß der eine Bogen sich setzte und der andere sich um 12 Zoll deformirte. S. 38. der Brückenbau-Kunde.

Die Bekiesung oder Chaussetirung einer Bogenbrücke muß daher immer von ihrem Scheitel aus, auf beyden Seiten gleichviel vorschreiten, weil die Brücke in ihrem Scheitel ihre größte Tragbarkeit hat, wie ich sogleich zeigen werde.

Specifische oder relative Tragbarkeit hölzerner Bogen-Brücken.

III. Rückt die Last dem Scheitel der Brücke näher, so wird die Wölbung des übrigen Bogens immer kleiner; ja sie vertheilet in dem Scheitel selbst ihren Druck auf beyde Hälften der Brücke ebenmäßig; und bieget nun die Schenkel ihrer sämmtlichen Bögen in ihrer Mitte um eben so viel aus, als sie ihre Scheitel an Ort und Stelle bieget; es deformiret unter solchen Umständen jeder Bogen seine Figur, und die Aenderung des Ganzen ist mit dem conform, was über das Setzen der Brücke in §. 12. angeführt worden.

Nun setzet sich aber, nach §. 12. II., der zwischen seinen Widerlagern aufrecht stehende, aus lauter 12zolligen Probe-Balken aufgesetzte Normal-Bogen, unter einer Last von 9600 Pfunden in seinem Scheitel, um 8¼ Zolle; und

seine

seine Tragbarkeit verhält sich zur Tragbarkeit des Probe-Balkens, wie 10,528.

Auch würde dieser Bogen in seinem ausgetrockneten Zustande, nach §. 12. III. b. 2., unter der nemlichen Last nur um 4 Zolle sich setzen.

Hat ein anderer Bogen B die Tragbarkeit Q, so setzet sich dieser Bogen unter einer Last von X Pfunden um γ Zolle; und es ist nach §. 12. II.

$$4 : \gamma = \frac{9600}{10{,}528} : \frac{X}{Q}.$$

Es bestehe nun diese Brücke aus (δ) Bögen, deren jeder die Tragbarkeit = Q hat; und seye in (f) Schwellenfelder abgetheilet.

Wird diese Brücke in ihrem Creuze mit einer Last Z belastet, so verbreitet diese ihre Wirkung auf $\frac{1}{2}$f der mittlern Schwellenfelder, folglich über ($\frac{1}{2}$f+1) Schwellen ebenmäßig; oder es trägt jede Schwelle $\frac{Z}{\frac{1}{2}f+1}$ Pfunde, und drücket mit dieser Last ihres Orts auf die Bögen der Brücke. Diese Stellen sind in Fig. (4.) in H„N„E auf der einen Seite der Brücke, und in H„K„Z auf der andern Seite.

Auch sey der senkrechte Abstand der Schwellen von dem Ruhepunct A gleich a„b„c„...t; oder (a) bezeichne Ae den Abstand der über der Mitte der Schenkel der Bögen aufliegenden Schwelle; b der folgenden An und t. den senkrechten Abstand der mittlern Schwelle von dem Ruhepunct.

Da nun hier die Bögen der Brücke in verschiedenen Puncten gedrückt werden, so wird sich nach §. 12. III. eine Last U substituiren lassen, welche, indem sie auf die Scheitel der freyen Bögen drückt, die Bögen eben so stark im Scheitel bieget, als sie unter jener vertheilten Last gebogen werden.

 Nun

Nun drückt aber jede der afficirten Schwellen den Bogen an ihrer Stelle mit einer Last $\frac{Z}{\frac{1}{2}f+1}$; es ist daher das Moment der ersten über den Mittelpunct der Bogenschenkel stehenden Schwelle gleich $\frac{a \cdot Z}{\frac{1}{2}f+1}$; das Moment der folgenden $\frac{b \cdot Z}{\frac{1}{2}f+1}$ und die Summe der Momente aller derselben $\frac{1}{2}Ut$; mithin

$$\frac{Z}{\frac{1}{2}f+1} \cdot (a+b+c \ldots t) = \frac{1}{2}Ut; \text{ also}$$

$$U = \frac{2.Z.(a+b+c+\ldots t)}{(\frac{1}{2}f+1).t}.$$

Dieser Druck der Last U vertheilet sich aber über die (δ) Bögen der Brücke ebenmäßig; es trift daher auf einen in den andern

$$\frac{2.Z.(a+b+c+\ldots t)}{\delta.(\frac{1}{2}f+1).t} = X. \text{ Pfunde.}$$

Es setzet sich daher auch jeder Bogen dieser Brücke, mithin die ganze Brücke selbst unter dieser Last auf (γ) Zolle; und es ist

$$4 : \gamma = \frac{9600}{10{,}528} : \frac{2.Z.(a+b+c+..t)}{Q.\delta.(\frac{1}{2}f+1).t};$$

oder

$$\gamma = \frac{8.Z.(a+b+\ldots t).10{,}528}{Q.\delta.(\frac{1}{2}f+1).t.9600} \text{ Zolle.}$$

Aus diesem Ausdruck läſſet sich auch die Last finden, welche indeſſen, ohne Rückſicht auf den Fahrgang, die Brücke um einen Zoll in ihrem Scheitel bieget. Es ist nemlich für diesen Fall

$$Z = \frac{1200.Q.\delta.(\frac{1}{2}f+1).t}{10{,}528.(a+b+c+t)}.$$

Für die Freysinger Brücke ist f = 8 Felder; und t = 80 Fuße; ferner a = 40; b = 60; t = 80; und Q = 15,566; und δ = 3; mithin

$$Z = 11834. \text{ Pfunde.}$$

Eine

Eine Last von 11834, wenn sie die Scheitel der 3 Bögen dieser Brücke unmittelbar drückte, würde also dieselbe um einen Zoll niederdrücken.

Bey der Brücke muß aber mit ihren Bögen auch gleichzeitig ihr Fahrgang ebenfalls um einen Zoll gebogen werden, der bey der Freysinger Brücke (I.) durch seine Elasticität mit einer Kraft von 3430 Pfunden widerstehet. Es ist daher die Last, welche die Brücke um einen Zoll in ihrem Scheitel bieget,

gleich 15264 Pfunden.

Eine Last von 5088 Pfunden bieget daher auch die Freysinger Brücke nur um $\frac{1}{3}$ Zoll oder $2\frac{2}{3}$ Linien.

Um die Rechnung auch für die Augsburger Brücke zu führen, bemerke ich nach der Brückenbau-Kunde S. 23—29. über dieselbe folgendes.

Diese Brücke hat 3 Oeffnungen, jede zu 118 Fußen, bey 11 Fuß Höhe und 26′„2″ Breite; und 6 Schwellfelder zu 19′„3..20 Fußen. Jede Oeffnung hat ferner 3 Bögen, jeder zu 3 Curvenlagern von 13—15 Zolle und 13 Zoll Breite, also im Mittel zu 14 Zoll Vierung!

Es verhält sich daher auch, nach §. 7., die Tragbarkeit eines ihrer Bögen in den andern, wie 34,908; und es ist deswegen in dem Ausdruck für Z

$$Q = 34{,}908;\ \delta = 3;\ \tfrac{1}{2}f = 3;\ t = 60 \text{ beynahe};$$

$$a = 20;\ b = 40.$$

$$\text{also } Z = \frac{1200 \cdot 34{,}908 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 60}{10{,}528 \cdot 120} = 23874 \text{ Pfunde.}$$

Die Last also, welche die 3 Bögen der Augsburger Brücke in ihrem Scheitel um einen Zoll bieget, würde 23874 Pfunde betragen.

Hiezu kommt noch die Last, welche auch ihren Fahrgang um einen Zoll bieget.

 Nehme

Nehme ich nun die Straßenbäume wieder zu 12 Zoll Vierung und nach der Zahl 7, wie bey der Freysinger Brücke an; so ist in dem Proportional-Satz 1. b:

$$P = 3430; \quad L = 60; \quad \text{mithin}$$

$$P : P' = \frac{1}{80^3} : \frac{1}{60^3} = 3^3 : 4^3; \quad \text{also}$$

$$P = 8130 \text{ Pfunde.}$$

Addiret man diese Last zu der vorigen, so würde also eine Last von 32004 Pfunden, jede Oeffnung der Augsburger Brücke, erst um einen Zoll biegen; eine Last von 10668 Pfunden würde also dieselbe erst um $\frac{1}{5}$ Zoll, oder um $2\frac{2}{5}$ Linien, mithin ganz unspürbar biegen.

Wenn nun von 2 gleichen Balken der eine durch die doppelte Last um eben so viel, als der andere, durch die einfache Last in seiner Mitte gebogen wird, so ist in dem bisherigen Sinn der Tragbarkeit, auch seine Tragbarkeit doppelt so groß als des andern Balkens.

Wendet man daher auch diesen Satz auf die Brücken an, so verhielten sich die specifischen Tragbarkeiten der Freysinger und Augsburger Brücken,

wie 5088 : 10668; oder wie 1 : 2,632.

Die Augsburger Brücke wäre also über $2\frac{3}{5}$ mal tragbarer als die Freysinger; weil erstere bey fast gleichen Höhen eine kleinere Oeffnung hat als letztere.

Die Etringer Brücke ist mit zwey Diagonal-Bögen construirt! Drückt nun eine Last diese Brücke in ihrem Scheitel, so muß sie außer dem Fahrgang der Brücke und ihren Seiten-Bögen, auch die vier an die Mittelschwelle sich stemmende Schenkel der Diagonal-Bögen biegen. Wenn daher die Last die ganze Brücke um einen Zoll biegen soll, so muß sie auch jeden Schenkel

kel der Diagonal-Bögen um eben so viel biegen. Die Diagonal-Bögen verstärken daher die Tragbarkeit der Brücke in soweit, als sie selbst eine Last erfordern, um einen Zoll gebogen zu werden.

Drücket die Last die Brücke außer ihrem Creuze, oder zwischen denselben und den Widerlagern, so vertheilet sich die Last auf die 2 Seitenbögen auf den Mittelbogen, und auf die 2 Schenkel ihrer Diagonal-Bögen, und außerdem trift auch noch ein proportionirlicher Theil auf die Enden der beyden Schenkel, die bey der Mittelschwelle an dem Mittelbogen feste sind. Die Vertheilung der Last ist also durch den Diagonal-Bogen wenigstens in dem Verhältniß 3 : 5 größer, als bey Brücken, die mit keinem derselben versehen sind: es biegen sich daher auch solche mit Diagonal-Bögen versehene Brücken, um $\frac{3}{5}$ dessen, was sie sich ohne denselben unter der nemlichen Last biegen würden; in sofern die Diagonal-Bögen gleiche Stärke mit den übrigen Bögen haben.

Absolute Tragbarkeit hölzerner Bogen-Brücken.

IV. Nach den in (III.) eruirten Resultaten über die respective Tragbarkeit hölzerner Bogen-Brücken, drücket eine Last von 152,64 Centnern über dem Creuz der Freysinger Brücke, dieselbe um einen Zoll nieder; es würde daher auch nach dem logistischen Gesetz eine Last von 457,92 Centnern, diese Brücke in ihrem Creuze um 5 Zolle niederdrücken. Eine noch größere Last würde sie also auch noch tiefer in ihrem Scheitel biegen, und es wird sich deswegen auch eine Last denken lassen, unter welcher die Brücke brechen müßte; und diese würde ihre absolute Tragbarkeit ausdrücken.

Je mehr aber die Last die Brücke in ihrem Scheitel bieget, um so stärker wölben sich die Schenkel ihrer Bögen auf, und biegen sich nach einem kürzern Halbmesser; sie werden in ihrem größten Krümmungs-Punct, der immer in ihre Mitte fällt, brechen, wenn ihr Krümmungs-Halbmesser so kurz wird, daß sich die Fibern der Curven der Brücken-Bögen nicht mehr weiters an ihrer obern Seite dehnen lassen!

Ich trage daher darauf an, die Last zu überschlagen, unter welcher eine hölzerne Bogen-Brücke brechen müste, wenn sie in ihrem Scheitel aufgelegt werden könnte; und leite hiezu folgende Betrachtungen ein, indem ich vorläufig die Balken der Curven zu 14 Zoll Vierung annehme.

Nun beginnet aber, nach §. 3. c., ein fichtener ganz ausgetrockneter Balken von 50 Fuß Länge in 14 Zoll Vierung, zu brechen, wenn er auf beynahe 22 Zolle, oder auch $\frac{22}{12.50} = \frac{11}{300}$ seiner Länge gebogen wird, wofür ich der Kürze halber $\frac{1}{30}$ annehme; es beginnen also die Fibern seiner äußersten Schicht zu reissen, wenn er nach einem Halbmesser

$$\text{von } \frac{25^2 + \left(\frac{11}{6}\right)^2}{2 \cdot \frac{11}{6}} = 171{,}37 \text{ Fußen}$$

gekrümmet wird; es werden daher auch die Fibern der Curven der Bögen der Brücke zu reissen beginnen, wenn sie in dem höchsten Biegungs-Punct ihrer Schenkel, durch die auf das Creuz der Brücke drückende Last, bis auf diesen Halbmesser gekrümmet werden!

Alles kommt daher zuvörderst darauf an, die Krümmungs-Abscisse x. zu finden, bey welcher dieser Vorgang eintretten muß; die außer der Sehne AB des Brücken-Bogens mit diesem Krümmungs-Halbmesser in Beziehung ist; welchen ich indessen mit ϱ. bezeichne.

Wenn

Wenn ich nun, was für einen Ueberschlag genügen mag, annehme, daß sich die Schenkel der Bögen kreisförmig wölben, so findet sich hieraus die

Abscisse $x = \varrho - \sqrt{(\varrho^2 - BW^2)}$.

Für die Freysinger Brücke ist nun, nach §. 14. II., $BW = 40{,}2$, wofür ich aber wegen der Senkung des Scheitels A nur 40 annehme; mithin

$$x = 171{,}37 - \sqrt{27777} = 4{,}67 \text{ Fuße.}$$

Die Last, welche die Brücke brechen sollte, müßte sie also in ihrem Creuze um 4,67 Fuße niederdrücken! Nun bieget eine Last von 458 Centnern diese Brücke um 5 Zolle; wollte man daher die Lasten mit den Biegungen in Verhältniß setzen, so würde eine Last von $\frac{4{,}67}{5:12} \cdot 458 = 5139$ Centnern die Brücke zum Brechen bringen.

Ganz anders hingegen würde sichs verhalten, wenn diese 5139 Centner über der Brücke ebenmäßig vertheilt werden könnten, so daß jeder Quadrat-Fuß derselben gleiche Last drückte. Es sinkt nemlich, nach §. 12. IV., diese Brücke durch ihre Bekiesung unter einer Last von 1721 Centnern, um 3,73 Zolle; sie würde sich also unter einer Last von 5139 Centnern beynahe um 11 Zolle setzen: und diese Brücke hat nach (III.) nur $\frac{5}{13}$ der Tragbarkeit der Augsburger Brücke!

§. 17.

Die Oscillation der hölzernen Bogen-Brücke.

Unter der Oscillation der Bogen-Brücke verstehet Hr. v. Wiebeking die schwingende Bewegung, welche die Brücke zeiget, wenn eine bewegliche Last sie passiret!

Dieses Schwingen aber ist partial, wenn nur der Fahrgang der Brücke in schwingende Bewegung kommt;

 es

es ist hingegen total, wenn mit diesem auch die Seitenbögen und der Mittelbogen der Brücken sich schwingen.

Ersteres Schwingen entstehet immer, wenn die Last an Ort und Stelle die Straßenbäume des Fahrganges bieget, und sie dadurch auf die nächsten Schwellen dergestalt aufdrücket, daß diese sich allda aufwärts biegen; es entstehet dadurch während der Passage der Last auf der Brücke eine wellenförmige Bewegung, die um so größer ist, je stärker sich die Balken, nach der Größe der Last, nach der Schwäche der Straßenbäume, nach ihrer geringen Anzahl über der Breite der Brücke, und insbesondere nach dem großen Abstand der Schwellen, auf welchen sie ruhen, biegen müssen.

Dagegen entstehet das totale Schwingen der Brücke, wenn die Last so groß ist, daß sie sämmtliche Bögen der Brücke in jener Vertical-Ebene bieget, in welche die Loth-Linie ihres Schwerpunctes fällt.

Wird nemlich ein Bogen DAB Fig. (10.) in der Stelle E um EG niederwärts gebogen, so deformiret er seine vorige Figur; es wird sein Schenkel auf dieser Seite um so flächer, je mehr er niederwärts gebogen wird, und da er dadurch um so länger wird, so schiebet er den andern Schenkel um so stärker gegen seine Widerlager an, der sich nun, da ihm dieses resistiret, auch biegen muß; und es deformiret sich unter solchen Umständen jeder Seitenbogen mit dem Mittelbogen, in dem After-Cirkel DGKB, der in K seine starke Wölbung hat.

a. Diese Wölbung des einen Schenkels fällt um so stärker aus, und die Brücke erhebt sich um so mehr in ihrem Scheitel, je näher der Schenkel an dem einen Widerlager in D, und je stärker er allda gebogen wird; es wird die Wölbung des andern Schenkels immer geringer,

ger, je näher die biegende Last dem Scheitel der Brücke kommt, §. 16. II.; der Bogen bieget sich in seinen beyden Schenkeln gleichzeitig, und insbesondere in der Mitte R und E derselben am stärksten aus, so wie der Schwerpunct der Last, über das Creuz oder Mitte der Brücke selbst rückt, und sie allda bieget; es gehet von nun an alles das mit dem Schenkel AED vor, was sich zuvor mit dem Schenkel ARB ereignet hatte, so wie die Last über diesen weiters passiret, und ihn nach und nach stetig bieget.

Bey so bewandten Umständen ändert sich also die Form der Bögen der Brücke, während die Last die Brücke passiret, momentan, und vermehret dadurch die wellenförmige Partial-Schwingungen des Fahrganges; es strebt dabey die Brücke stetig, durch die noch übrige Elasticität ihrer Curven ihren Gleichgewichts-Zustand wieder herzustellen, und veranlasset dadurch eine zitternde Bewegung des Ganzen, das auch nachgehends noch einige Zeit, nachdem die Last die Brücke bereits passiret hat, in immer mehr abnehmenden Schwingungen andauert, bis die Bögen und der Fahrgang unter sich ihren statischen Gleichgewichts-Zustand wieder hergestellt haben, in welchem der eine Schenkel gegen den andern gleichen Druck äußert.

b. Nach dieser Ansicht ist daher einmal die totale Oscillation der Brücke mit der natürlichen Elasticität der Curven ihrer Holzart, und mit dem Zurückgehen ihrer gebogenen Balken, in nächster Beziehung, wenn sie von dem Lehrgerüste herunter genommen, und über den Fluß oder Graben gesprengt werden; sie ist um so größer, je größer die natürliche Elasticität der Holzart, und je größer ihr Zurückgehen nach dem Biegen ist.

Bezeich-

Bezeichnet daher für eine Brücke A, der Buchstabe E die natürliche Elasticität der Holzart ihrer Bögen; und $1:\nu$ das Verhältniß, in welchem die gekrümmten Balken, bis zu ihrer Verwendung, zurückgehen; so verhält sich einmal die totale Oscillation dieser Brücke

wie $E.\nu$.

Drücket ferner eine Last die Schenkel der Bögen der Brücke in dem Abstand DN vom Widerlager um $EG = \alpha$ Zolle nieder, so wölbet sich der übrige Bogen EAB, in seiner Hälfte $EK = KB$ Fig. 10. um $HK = \beta$; und es ist

$$DN : NB = \alpha : \beta; \text{ oder } \beta = \frac{NB}{DN} \cdot \alpha;$$

das ist: die Brücke hebt sich an der entgegengesetzten Seite um so mehr, je größer für den nemlichen Abstand DN das NB, und je größer α ist; sie oscillirt daher auch um so stärker, je stärker sie auf der einen Seiten niedergedrückt, und auf der andern nach der Oeffnung des Bogens gehoben wird. Ihre Oscillation verhält sich daher auch für die nemliche Last, wie ihre Hebung (β).

Es ist ferner für eine Brücke die Biegung in E unter einerley Last und Abstand vom Widerlager, um so größer oder kleiner, je größer oder kleiner die Last ist, welche sie in ihrem Creuze um einen gewissen Theil, z. E. um einen Zoll niederbieget; oder es verhält sich α. verkehrt, wie jene Last, welche die Brücke in ihrer Mitte um einen Zoll bieget.

Bezeichnet nun P die Last, welche die Brücke in ihrem Creuze um einen Zoll bieget; so verhält sich nach dieser Ansicht auch die Oscillation dieser Brücke

$$\text{wie } \frac{\nu . E . \beta}{P} = \varkappa.$$

Bezeichnet nun DN eine gewisse Distanz, z. E. von einer Ruthe oder 10 Fußen; und bezeichnet der Buchstabe

stabe M die Oeffnung DB der Brücke; so verhält sich auch

$$\beta = \frac{M - 10}{10};$$

und es verhält sich mithin auch die Oscillation der Brücke A,

$$\text{oder } \varkappa = \frac{\nu . E . (M - 10)}{10 . P}.$$

Es bezeichnen nun für eine ähnliche Brücke B, die Buchstaben μ,, E',, N,, Q gleichartige Dinge, mit ν,, E,, M,, P der Brücke A; so ist auch

$$\varkappa : \varkappa' = \frac{\nu . E . (M - 10)}{P} : \frac{\mu . E' . (N - 10)}{Q};$$

oder es verhalten sich die Oscillationen beyder Brücken beynahe, wie die Quotienten aus den Producten der natürlichen, und übrigen Elasticität ihrer Curven in die Oeffnungen der Brücke, getheilt durch die Lasten, welche sie in ihrem Creuze, um gleichviel niederdrücken.

Für die Freysinger und Augsburger Brücke ist einmal, nach §. 16. III., P = 5088; Q = 10688; M = 159; N = 118; und da beyde aus Fichtenholz construirt sind, so ist $E = E'$; da auch nach §. 4. b. die Balken der Augsburger Brücke nach ihrem Abnehmen von dem Lehrgerüste um die Hälfte ihrer Biegung zurück giengen, so ist für sie $\mu = \frac{1}{2}$. Nehme ich nun dieses auch für die Freysinger Brücke an, so ist auch $\nu = \frac{1}{2}$; mithin verhalten sich die Oscillationen der Freysinger und Augsburger Brücken, oder

$$\varkappa : \varkappa' = \frac{159}{5088} : \frac{118}{10688} = 11 : 4 \text{ beynahe.}$$

das ist: die Oscillation der Augsburger Brücke ist nur $\frac{4}{11}$ der Freysinger Brücke; oder die Schwingungen, in welche erstere Brücke in Vergleich mit letzterer, unter einerley

Last

Last kommen, welche sie beyde bieget, sind beynahe 3mal kleiner, als bey der Augsburger Brücke.

Hat eine solche Brücke mehrere Oeffnungen, so pflanzen sich die Oscillationen der ersten Oeffnung auf die übrigen in abnehmender Progression fort.

So wie sich nemlich der erste Bogen hebt, drücket er gegen das Joch mit einer Kraft, die dem Seiten-Druck der biegenden Last zukommt, §. 16. II.; bieget sich nun das Joch nach seinem Abstand von der festen Schicht, §. 15. III., in etwas über, so schiebet es den folgenden Bogen um so viel zusammen, als jener Druck, dessen Resistenz überwuchten kann, und drücket ihn in seiner Mitte in soweit aufwärts, als das folgende Joch nicht nachgiebet; es entstehet so in den folgenden Bögen ein Heben, das immer mehr und mehr abnimmt, so lange die Last ihres Ortes verbleibet; dessen Folge das Zittern der Bögen ist.

Dieses Oscilliren oder Zittern der Brücken-Bögen müste sich stark vermindern, wenn bey der Brücke eine Vorrichtung angebracht würde, durch welche insbesondere das Biegen der Bogenschenkel, als die Hauptursache der Oscillation, aufgehoben, oder wenigstens stark vermindert würde.

Würde nemlich der Raum GBN zwischen den Bogenschenkeln und dem Fahrgang der Brücke ganz mit senkrecht stehenden Balkenstücken ausgefüllt, welche fest eingekeilt werden, so würde sich der Druck auf sämmtliche solche Klötzer vertheilen, und deswegen die Bogenschenkel um so weniger gebogen werden, auf je mehrere Stellen derselben sich die Last ebenmäßig vertheilt; es würde selbst noch außerdem dadurch das Biegen des Fahrgangs in der Mitte der Brücke vermindert werden!

§. 18.

§. 18.

Combination der Umstände, auf welche sich der Bau einer hölzernen Bogen-Brücke fundiret, wenn diese die größte Tragbarkeit erhalten soll, welche sie ihres Orts erhalten kann.

Vorläufige Bestimmungen rücksichtlich der Widerlager und der Höhe der Brücke.

I. So wie nun bey jedem Gebäude und Etablissement immer gewisse Principien zum Grunde gelegt werden müssen, in deren Anwendung dasselbe seine möglichst beste Vollkommenheit gewinnt; eben so gründet sich auch der Bau der Bogen-Brücken auf gewisse Grundsätze und Maximen, nach welchen ihre Tragbarkeit, als Fundamental-Eigenschaft derselben, die größte wird, welche sie nach ihrem Locale erhalten kann.

a. Da nun die Widerlager der Brücke eigentlich ihr Fundament abgeben, so muß deswegen zuvörderst die Wahl der Stellen, wo diese etablirt werden sollen, jeder andern Reflexion vorangehen; wo diese nicht an und für sich schon gegeben sind; man muß außerdem die Höhe, welche die Brücke nach der möglichsten Erhöhung der nach und von ihr führenden Chaussee-Dämme erhalten kann, vorläufig ausmitteln, um nachgehends die weitern Erwägungen treffen zu können.

Sind nun die Stellen für die Widerlager bestimmt, so muß man in Erwägung der Last, welche sie zu tragen haben, ihr Fundament in soweit zu begründen suchen, daß sie diese Last auch tragen können; man muß ferner rücksichtlich der Richtung, welche der Strom allda nimmt, dieselbe gegen das Ausspülen möglichst zu sichern suchen!

Von

Von diesen Combinationen hänget daher die etwa vorzunehmende Fluß-Correction, mit der Breite, welche das Widerlager erhalten muß, so wie die Zahl und Stärke der Pfähle ab, auf welchen der Rost des Widerlagers zu liegen kommt; wobey man einzig von Erfahrungsmaximen ausgehen muß.

Eben so muß ferner auch die Dicke des Widerlagers, mit Rücksicht auf das in §. 15. angeführte, nach Erfahrungsmaximen ausgemittelt, und dabey noch die Resistenz, welche das Gestein des Widerlagers nach seiner Härte oder Weiche zu äußern vermag, erwogen werden; neben allen und jeden Umständen, welche auf das Setzen desselben influiren.

b. Ist der Ort der Widerlager, die Stärke ihres Fundaments, die Breite und Tiefe der Widerlager in Combination aller dabey einschlagenden Umstände gehörig begründet, so kommt nun alles darauf an, der Brücke selbst die möglichst größte Höhe zu geben, welche sie ihres Orts erhalten kann, weil die Brücke einzig durch die möglichst größte Spannung ihrer Bögen ihre vorzüglichen Dienste leistet.

Diese Höhe aber bestimmt sich zunächst nach der möglichst größten Erhebung, welche man den nach der Brücke führenden Chaussee-Dämmen über die mittlere Höhe des Wassers geben kann, nach welcher man eben sowohl, als nach der größten möglichen Wasser-Höhe des Flußes an dem Orte der zu erbauenden Brükke, sich auf das sorgfältigste erkundigen, und möglichst zuverlässige Nachrichten einziehen muß.

Es bezeichne nun in Fig. 3. die Linie WQ die mittlere, und AD die höchste Wasserhöhe des Flußes, und WG die möglichst größte Erhebung, welche man den Chaussee-Dämmen über die mittlere Wasserhöhe geben kann.

Da

Da nun die Unterlager der Bögen an den Widerlagern noch immer etwas über der höchsten Wasserhöhe liegen sollen, um die Bögen gegen den Eisgang und die Fäulniß ihrer Enden zu sichern, so verbleibet demnach die Erhebung der Chausse-Dämme noch etwas kleiner als AG.

Rechnet man ferner rücksichtlich des Steigens des Fahrganges auf die Klafter von 6 Fußen 3 Zolle, oder $\frac{1}{4}$ Fuße; so ist dieses Steigen bis auf die Mitte der Brücke von 160 Fußen Oeffnung gerade $3\frac{1}{3}$ Fuße; und der Abstand des Creuzes H der Brücke von dem höchsten Wasserstand, wäre $HN = AG + 3\frac{1}{3}$ Fuße.

Ziehet man von diesem die Höhe sämmtlicher Curven mit dem Fahrgange ab, so verbleibet die wirkliche Höhe der Bögen der Brücke noch ZN.

Setzt man nun $WG = a$; $AW = b$; $AD = M$; und die Höhe sämmtlicher projectirter Curven der Bögen mit dem Fahrgange $= c$; und $ZN = d$; so ist die wirkliche Höhe der Bögen ZN, oder

$$d = a - (b + c) + \tfrac{1}{48} . M . \text{Fuße}.$$

Es bleibt daher Maxime, die Chaussee-Dämme nach und von der Brücke, so viel möglich ist, in soweit zu erhöhen, daß die Brückenbögen ihre möglichst größte Spannung erhalten, bey welcher ihre Tragbarkeit am größten wird.

Den Krümmungs-Halbmesser der Brücken-Bögen zu bestimmen.

II. Hat man nach (I.) die Höhe der Bögen für ihre gegebene Oeffnung gefunden, so könnte man aus beyden nach der Gleichung für den Kreis den Krümmungs-Halbmesser der Brücke berechnen.

2. Da aber die Brücke sich statisch und technisch setzet, §. 12. 13., so muß auch dieses Setzen mit in Anschlag genommen werden; indem man der Brücke einen Halbmesser gibt, bey welchem sie erst nach ihrem Setzen ihre wirkliche, nach (II.) berechnete, Höhe beynahe erhalten kann.

Rücksichtlich dieses Setzens nimmt nun Hr. v. Wiebeking §. 12. an, daß sich eine Brücke in die andere auf eine Klafter ihrer halben Oeffnung immer beyläufig um einen Zoll setze.

Dieß Setzen ist daher für eine Brücke von M Fußen Oeffnung gerade $\frac{1}{12}$ M. Zolle; und es ist deswegen die corrigirte Höhe der Bögen, welche man in Rechnung bringen muß,

$$f = d + \frac{1}{144} . M.$$

Bezeichnet nun der Buchstabe (r) den verlangten Krümmungs-Halbmesser der Brücke, so ist

$$r = \frac{\frac{1}{4} M^2 + f^2}{2 f} = \frac{d^2 + \frac{19}{72} M^2}{2 d + \frac{1}{72} M} \text{ beynahe.}$$

Für M = 160; und d = 12 Fuße wäre demnach der Krümmungs-Halbmesser der Brücke r = 263,12 Fuße; und die Brücke würde sich bey demselben in so weit setzen, daß die wirkliche Höhe ihrer Bögen noch mit 12 Fußen verbliebe!

Dieser Krümmungs-Halbmesser ist daher auch für das Lehrgerüste gültig, auf welchem die Balken zu Curven gekrümmet werden.

Sollte die Brücke (II.) mit einem Diagonal-Bogen versehen werden, der sich unmittelbar mit den Seiten-Bögen an das Widerlager, und an den Mittel-Bogen der Brücke anschließet, so formiret dieselbe, nach

§. 10.

§. 10., eine Ellipse, deren Axen folgendermaßen berechnet werden.

Es ist einmal der Halbmesser dieser Brücke 263,12 Fuße, nach (a), ihre Oeffnung 160 Fuße; und die Breite der Brücke 26′ „ 9″, oder 321 Zolle, und die Balken-Stärke ihrer Curven 15 Zolle.

Ziehet man nun für die beyden Seiten-Bögen 30 Zolle ab, so ist die Halbscheid der Brücke im Lichten $145\frac{1}{2}$ Zolle; hievon die halbe Stärke des Mittel-Bogens mit $7\frac{1}{2}$ Zoll abgezogen; läßt den Abstand DE in Fig. 8. mit 138 Zollen oder $11\frac{1}{2}$ Fußen übrig.

Es ist also $DE = 11\frac{1}{2}$ und $DB = 80$ Fuße; mithin die halbe Länge des Elliptischen Diagonal-Bogens gleich $\frac{260,12}{80} . \sqrt{80^2 + (11\frac{1}{2})^2} = 1,04 . 263,12 = 273,6448$ Fuße. und seine kurze Axe $= 263,12$ Fuße.

Wenn man daher den Lehrbogen für das Lehrgerüste des Diagonal-Bogens fertigen will, so muß man eine Ellipse aufreissen, deren lange Axe 547,28, und deren kurze Axe 526,24 Fuße mißt, und in dieselbe die Ordinaten für die gewählten gleichen Abstände der Unterlagen einzeichnen, oder auch durch Rechnung dieselbe finden.

Den Center-Winkel der Brücken-Bögen und die Krümmungs-Ordinate ihrer Balken zu finden.

III. Ziehet man von den Enden A und W des Bogens AOW in Fig. 4., welcher hier die untere Seite der untersten Curven des Bogens vorstellt, nach seinem Mittelpuncte C gerade Linien CW und AC, so heißt der Winkel ACW der Center-Winkel des Bogens, und HCW = ACH ist seine Hälfte.

a. Dieser Winkel lässet sich am leichtesten durch seine Tangente finden. Es ist nemlich

$$\text{tang } ACO = \frac{Ah}{hC} = \frac{1}{2}\,\frac{AW}{OC - OH};$$

oder bezeichnet M die Oeffnung des Bogens, und C seine Höhe; ist ferner $ACO = \varphi$; und $AC = r$; so ist

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}\varphi = \frac{M}{2.(r.C)}.$$

Für den bisher immer betrachteten Bogen ist $M = 160$; und, nach (IV.), $C = 12 + \frac{1}{144} . 160 = 13\frac{1}{9}$ Fuße; $r = 260{,}12$; also

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}\varphi = \frac{160}{2.250} = 0{,}32; \text{ und}$$

$$\tfrac{1}{2}\varphi = 17^{\circ}{}_{\prime\prime}\,45'; \quad \text{mithin } \varphi = 35^{\circ}{}_{\prime\prime}\,30'.$$

b. Setzet man ferner die Länge des Bogens $ACW = L$; so ist auch $360 : \varphi = 2\pi r : L$; also

$$L = \frac{\varphi}{180} . \pi r = ACW.$$

c. Bezeichnet ferner $LCB = \psi$ den Center-Winkel eines Balkens $LAB = l$ des Bogens, so ist auch

$$\varphi : \psi = L : l; \text{ oder } \psi = \frac{l}{L} . \varphi = \frac{l}{\pi r} . 180.$$

Auch ist in dem Dreyeck ACB nach trigonometrischen Principien

$$1 : BC = \text{Sin}\,(90 - ACB) : CQ; \text{ oder}$$
$$CQ = r . \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\psi;$$

also auch

$$AQ = AC - CQ = r.(1 - \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\psi) = 2\,r\,\text{Sin}^2 . \tfrac{1}{4}\psi.$$

als die Krümmungs-Ordinate eines Balkens von der Länge LB bey diesem Bogen.

Da

Da aber die Chorde des Balkens von dem Bogen immer nur äußerst unbedeutend verschieden ist, so kann man auch ohne merklichen Fehler erstere für letztere annehmen.

Setzt man daher die Krümmungs-Ordinate des Balkens LAB = u; und seine halbe Chorde QB = a; so ist aus der Gleichung für den Kreis auch

$$u = r - \sqrt{(r^2 - a^2)}.$$

Will man z. E. die Krümmungs-Ordinate für einen Balken von 50 Fuß Länge für diesen Bogen finden, dessen Halbmesser $r = 263{,}12$ ist; so ist hier $a = \frac{50}{2} = 25$ Fuße; also

$$u = 263{,}12 - \sqrt{(69221{,}61 - 625)} = 1{,}22 \text{ Fuß},$$

oder $14\frac{3}{5}$ Zolle.

Es ist mithin ein solcher Balken nur auf $\frac{122}{5000} = \frac{1}{41}$ seiner Länge gekrümmet.

Erwägungen wegen der Wahl der Balken für die Curven der Brücken-Bögen.

IV. Hat man nach (II. III.) den Krümmungs-Halbmesser der Brücke und die Krümmungs-Ordinate der Balken für eine gewisse Länge berechnet, aus welcher die Curven für die Brücken-Bögen zusammengeschifftet werden sollen, so kommt es nun darauf an, sich in der Gegend solche Stämme zu verschaffen, welche vierkantig zugehauen, sich höchstens auf jene Ordinate, oder überhaupt nach dem Krümmungs-Halbmesser der Brücke biegen lassen; weil nur bey dieser höchsten Biegung die Curven ihre größte Tragbarkeit erhalten können.

 Da-

Dabey werden nun an und für sich die Stämme um so stärker ausfallen müssen, je kleiner die Krümmungs-Ordinate, oder je größer der Halbmesser der Brücke befunden würde; sie werden dagegen um so schwächer seyn dürfen, je kürzer der Krümmungs-Halbmesser ist; weil die Stämme sich um so weniger und um so stärker biegen lassen, je stärker oder schwächer sie sind. §. 3.

Wäre z. E. die Krümmungs-Ordinate für Balken von 50 Fuß Länge $\frac{1}{38}$ derselben befunden worden, so würden nach der Tabelle in §. 3. schon 16- bis 17zollige fichtene Balken erforderlich seyn.

Bezeichnet überhaupt X die Stärke der vierkanntigen Balken, deren größte Krümmungs-Ordinate auf eine Länge von 50 Fußen gleich $\frac{1}{m}$ ihrer Länge ist, so ist

$$\frac{X}{12.50} = \frac{1}{m}; \quad X = \frac{12.50}{m} \text{ Zolle.}$$

$$\text{für } \frac{1}{m} = \frac{1}{36} \text{ ist } X = \frac{600}{36} = 17 \text{ Zolle beynahe.}$$

Finden sich nun in der Gegend Stämme vor, aus welchen sich Balken von dieser Stärke vierkanntig behauen lassen, so stellet man mit solchen Versuche an, und bieget sie so stark, als sie sich nach ihrer Holzart und örtlichen Wuchs, ohne zu brechen, biegen lassen.

Sollten aber so starke Stämme in der Gegend nicht anzutreffen seyn, so macht man diese Versuche mit den stärksten, welche man erhalten kann; und suchet für diese den Krümmungs-Halbmesser ihrer stärksten Biegung folgendermaßen.

Gesetzt, es finden sich in der Gegend Stämme vor, aus welchen Balken von 60 Fußen, in 16 Zoll Vierung behauen werden können, die sich in dieser Länge noch

auf

auf $2\frac{1}{2}$ Fuß höchstens biegen lassen; so ist die Krümmungs-Ordinate derselben für diese Länge

$$= \frac{2\frac{1}{2}}{60} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}.$$

Bezeichnet ferner der Buchstabe (ϱ) den Krümmungs-Halbmesser dieser Balken, so ist nach der Gleichung für den Kreis

$$\varrho = \frac{30^2 + (2\frac{1}{2})^2}{2 \cdot 2\frac{1}{2}} = 181\frac{1}{4} \text{ Fuße.}$$

Diesen Halbmesser müßte nun auch die Brücke haben, wenn die Balken ihrer Curven die möglichst größte Spannung, und die aus ihnen sich constituirende Bögen, auch ihre möglichst größte Tragbarkeit erhalten sollten; und es würde diesemnach auch die Höhe der Brücke für die Oeffnung M. gleich seyn

$$\varrho - \sqrt{(\varrho^2 - \tfrac{1}{4}M^2)} = 18\tfrac{1}{2} \text{ Fuße}$$

für $M = 160$ Fuße.

Nun würde aber nach (I. b.) die Höhe der Brücke nur zu 12 Fußen bestimmt!

Sollten daher die Curven aus diesen Balken geschifftet werden, so dürfte man sie nur auf $\frac{12}{18}$ oder $\frac{2}{3}$ ihrer größten Biegung krümmen; und man weiß hieraus schon vorläufig, daß die Tragbarkeit einer Curve in die andere, nur $\frac{2}{3}$ jener seyn könne, welche sie haben würde, wenn man ihre Balken aufs stärkste biegen dürfte.

Nach dieser Ansicht ist also die Wahl der Stärke der Balken, welche man zu den Brücken-Bögen auswählet, keineswegs gleichgültig; sie richtet sich nach der örtlichen Biegsamkeit der Holzarten, und nach den Krümmungs-Halbmesser der Brücke, und der stärksten Biegung jener Balken.

 Dabey

Dabey verstehet es sich an und für sich, daß man selbst unter gesunden Stämmen keine von gedrehtem Wucht, die sich nachgehends schöllerig oder windschief verwerfen, noch solche wähle, welche nach ihren Knoten oder Aesten leicht brechen, oder sonst defect sind; und daß man sie beym Fällen so behandle, daß sie nicht Risse erhalten, oder sonst mank werden müssen.

Die Zahl der Curven zu bestimmen, welche man bey einem Brücken-Bogen auf einander spannen muß, wenn der Bogen eine bestimmte Tragbarkeit erhalten soll.

V. Muß nun aber unerachtet der möglichsten Erhöhung der nach der Brücke führenden Chaussee-Dämme, die Biegung der Balken, aus welchen die Curven zusammengeschifftet werden sollen, beträchtlich unter ihrer größten Biegung bleiben, welche sie nach ihrer Stärke und Biegsamkeit annehmen könnten (IV.), so bleibt der einzige Ausweg übrig, durch die Zahl der jeden Brücken-Bogen constituirenden Curven, die Tragbarkeit derselben zu ergänzen; und für dieselbe um so mehr die stärksten Sortimente auszusuchen, die man in der Gegend der Brücke ausfinden kann.

a. Diese Zahl der Curvenlager aber bestimmet sich zunächst nach der Tragbarkeit, welche man den Brücken-Bögen zu geben wünschet; wozu folgendes Verfahren dienet.

Man leget nemlich ein und andern der Balken, welche nachgehends die Curven abgeben sollen, an seinen Enden auf feste Unterlager horizontal auf, und belastet

jeden

jeden nach und nach in seiner Mitte, mit gegebenen Lasten, und mißt die Senkungen, um welche diese Lasten jeden Balken tiefer biegen, als er sich durch seine eigene Last biegen möchte.

Man nimmt aus diesen Biegungen, unter gleichen Lasten, nachgehends das Mittel; das um so sicherer ist, mit je mehr Balken von gleicher Stärke und Länge, man diese Versuche angestellt hat.

Für die Belastung kann man andere Balken wählen, deren Gewicht man ausgemittelt hat, die man rechtwinklicht über jene leget, mit welchen man die Versuche anstellet, so daß jene auf diesem frey balanciren.

b. Hätte man nun nach IV. gefunden, daß die Balken für die Bögen nur $\frac{2}{3}$ ihrer größten Biegung erhalten können, so bieget man einige derselben auf Unterlagen auf $\frac{2}{3}$ der vorigen Biegung; das ist: man bieget z. E. einen Balken von 60 Fußen, der sich am stärksten auf $2\frac{1}{2}$ Fuß biegen ließe, nur auf $\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{3}$ Fuße; und spannet ihn an seinen Enden durch Zwingen feste ein, so daß er seine Form, die er auf den Unterlagern annahm, nicht ändern kann.

Ist dieses bewerkstelliget, so ziehet man die Unterlager heraus, und beschweret nun den gebogenen Balken in seiner Mitte, und mißt die Senkungen, welche er unter gegebenen Lasten allda erhält; das ist: man wiederholet den Versuch, welcher auf dem Werk-Platz der Brücke zu Vilshofen, §. 6. b., angestellt wurde.

Gesetzt nun, man finde bey diesen Versuchen, daß sich einer der gebogenen Balken in den andern, unter der nemlichen Belastung, nur um einen Zoll bieget, unter welcher er sich als geradlinichter auf 16 Zolle gebogen hatte, so kann man daraus folgern, daß die Balken

ken durch ihre Biegung den sie drückenden Lasten 16mal stärker, als in ihrem natürlichen Zustande resistiren, oder daß die Tragbarkeit ihres gebogenen Zustandes 16mal größer, als ihre natürliche seye; und man kann außerdem auch die Tragbarkeit einer aus ihnen geschifften Curve mit ihrer natürlichen Tragbarkeit folgendermaßen zusammenstellen.

Man weiß nemlich nach I. die Oeffnung und Höhe, welche die Curve erhalten kann; erstere sey 160 Fuße, und letztere sey 12 Fuße; man weiß ferner, daß nach den Versuchen ein Balken von 60 Fußen auf $\frac{5}{3}$ Fuße gebogen, eine 16mal größere Tragbarkeit erhält, als er in seinem natürlichen Zustande hat, und kann deswegen nach §. 7. folgenden Satz formiren, in welchem die Tragbarkeit der Curve durch den Buchstaben Z. ausgedrückt ist; nemlich

$$16 : Z = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{60^3} : \frac{12}{160^3} ; \text{ oder}$$

$$16 : Z = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3^3} : \frac{12}{8^3} ; \text{ oder}$$

$$16 : Z = \frac{5}{3 \cdot 27} : \frac{12}{512} ; \text{ oder}$$

$$16 : Z = 2560 : 972 ; \text{ also } Z = 6{,}075.$$

Die Tragbarkeit der Curve von 160 Fußen Sehne, und 12 Fuß Höhe, ist also nur noch 6mal größer, als die natürliche Tragbarkeit des Balkens von 60 Fußen; das ist: wenn dieser sich unter einer Last um 6 Zolle in seiner Mitte bieget, so bieget sich die Curve unter der nemlichen in ihrem Scheitel, nur um $\frac{1}{6}$ Zolle.

c. Nun wisse man aber aus der Erfahrung, daß eine Brücke, deren Bögen die Tragbarkeit 18 haben, ihres

ihres Orts gute Dienste leistet. Will man daher auch den aus jenen Curven aufzusetzenden Bogen, die Tragbarkeit 18 verschaffen, so müßte man $\frac{18}{6}$ oder 3 Curven von solchen Balken, auf einander spannen; oder jeder ihrer Bögen müßte aus 3 Curven bestehen.

Hätte hingegen die Brücke eine Oeffnung von 120 Fußen, so würde die Tragbarkeit der Curven für die nemlichen Balken größer; es wäre nemlich

$$16 : Z = \frac{5}{3 \cdot 60^2} : \frac{12}{120^3}; \text{ oder } Z = 14\tfrac{2}{7};$$

das ist: die Tragbarkeit der Curve würde $14\frac{2}{7}$ mal größer seyn, als die natürliche Tragbarkeit eines ihrer Balken in dem andern ist, bey einer Länge von 60 Fußen; oder wenn ein solcher Balken sich unter einer gewissen Last um einen Zoll bieget, so würde sich die aus ihnen zusammengesetzte Curve nur um $\frac{1}{17}$ Zoll biegen, bey einer Oeffnung von 120 Fußen; sie bieget sich hingegen um $\frac{1}{6}$ Zoll, wenn ihre Oeffnung 160 Fuße ist.

So stark nimmt die Tragbarkeit der Curve mit ihrer Oeffnung ab!

Nach dieser Ansicht richtet sich die Anzahl der Curven, welche die Brücken-Bögen constituiren sollen, nach der Stärke und dem localen Wuchs des Holzes zukömmlichen natürlichen Tragbarkeit ihrer Balken, nach der Biegung, welche sie rücksichtlich der Oeffnung und Höhe der Bögen erhalten können, und nach der Tragbarkeit, welche man den Brücken-Bögen nach Umständen zu verschaffen, für nothwendig erachtet.

Unter allen Brücken, welche bisher durch die Königlich-Baierische oberste Bau-Direction in der

Monar-

Monarchie errichtet worden sind, ist die Augsburger Brücke die tragbarste; denn es verhält sich die Tragbarkeit eines ihrer Bögen in den andern von 3 Curvenlagern, wie 34,908; das ist: wenn ein Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung sich unter einer Last um einen Zoll bieget, so bieget sich ein Bogen der Augsburger Brücke unter derselben Last nur um $\frac{1}{35}$ Zolle.

Wollte man daher den Bogen jener Brücke, bey einer Oeffnung von 160 Fußen und 12 Fußen Höhe, diese Tragbarkeit verschaffen, so müste man immer 2 Bögen, jede von 3 Curven, neben einander anschließen.

Eintheilung der Brücken-Bögen in ihre Schwellenfelder.

VI. Da der Fahrgang der Brücke auf den Schwellen ihrer Felder ruhet, mithin seine Last sich nach der Zahl derselben, mit den Stützschwellen AG und WR Fig. 4. vertheilet, so ist die Zahl derselben nicht gleichgültig; es wird jeder Bogen der Brücke in seinen Schenkeln zu sehr deformirt, je weiter die Schwellen, oder je geringer die Zahl der Schwellfelder nach seiner Oeffnung ist, und dadurch das Setzen der Brücke §. 12., und mit demselben auch der Seiten-Druck der Brücke gegen ihre Widerlager um so bedeutender.

Je größer daher die Last des Fahrganges, und die Oeffnung der Bögen ist, um so enger müssen die Schwellfelder werden, damit die Last sich um so mehr vertheilet.

Hr. von Wiebeking macht deswegen bey einer Brücke von 286 ... 300 Fuß Oeffnung, die Schwellfelder nur 12 Fuße; für 200 Fuße aber 16 Fuße weit; und nimmt

nimmt die übrigen für Oeffnungen, die unter 200 sind, dieselbe zu 18...20 Fußen an.

Dividiret man daher mit der Weite eines Schwellfeldes, in die Oeffnung der Brücke, so gibt der Quotient die Anzahl derselben; wobey es sich von selbst verstehet, daß man den Bruch, welcher sich hier zeigen sollte, für die Einheit selbst nimmt.

Ist z. E. die Oeffnung der Brücke 170 Fuß, und die Weite eines Schwellfeldes, von einer Mitte der Schwelle zur andern, 20 Fuße; so ist $\frac{170}{20} = 8 + 1$, oder 9 die Zahl derselben für diese Brücke.

Vorrichtungen an der Brücke, gegen das technische Setzen derselben.

VII. Das technische Setzen der Brücke ist, nach §. 13., immer der Ueberschuß dessen, was die Brücke sich wirklich mehr setzet, als sie sich statisch setzen sollte!

Es müssen daher die Curven aufs sorgfältigste auf einander gepaßt, und wo sich dessen ungeachtet Lücken finden sollten, dieselbe ausgekeilt; eben so die Zargen der Schwellen ausgespündet, die Bögen durch Schrauben feste gespannet, und durch zwischen die Stützschwellen und die Widerlager eingetriebene Keile, den Bögen im Ganzen ihre Spannung gegeben werden: man muß außerdem auch noch die Windruthen, Creuz- und Zugstreben aufs stärkste spannen, und in ihren Falzen und Enden, zwischen den Stützklötzen feste keilen, nach §. 13.

Auch vermindert die Ausfüllung des leeren Raumes zwischen den Bögen und dem Fahrgang, durch **senkrechte Pfeiler**, §. 17.; so wie das Einziehen der **Streben in der Mitte der Bogenschenkel**, §. 13. d., das Setzen

Setzen der Brücke, und mit diesem dem Druck gegen die Widerlager.

Wo das Terrain es erlaubet, daß Streben auf dem festen Lande angebracht werden können, welche sich allda an eine Stützwand mit dem einen, und mit dem andern Ende an die Brücke, z. E. an die Schwellen der Mittelpuncte der Bogenschenkel stemmen, so sichern diese die Brücke vorzüglich gegen den Sturm, und leisten weit bessere Dienste, als der Diagonal-Bogen selbst.

Auch leisten die Seitenbalken, welche in die Kammer der Widerlager eingemauert sind, und die Brücke gleichsam als Kluppen fassen, bessere Dienste, je erhabener sie hinten in der Kammer zu liegen kommen.

Uebrigens finden sämmtliche in §. 13. aufgestellte Bemerkungen über das Technische der Brücke, auch hier ihren Platz.

Rücksichten wegen der Last des Fahrganges der Brücke.

VIII. Der Fahrgang der Bogen-Brücke ruhet zunächst auf den Schwellen ihrer Bögen, welche für ihn die Stelle der Joche vertretten, während die Bögen selbst das Fundament des Ganzen abgeben.

Da er nun durch seine Last hauptsächlich das Setzen der Bögen §. 12., und mit demselben ihren Seiten-Druck veranlasset, so muß es immer Maxime bleiben, den Fahrgang nicht überflüssig stärker zu machen, als daß er die seines Orts möglichst größten, ihn passirende Lasten noch in so weit zu tragen vermag, daß durch das Biegen seiner Straßenbäume **keine auffallende Partial-Schwingung** §. 17., entstehen müßte; auch

muß

muß seine Bekiesung nicht stärker aufgeschüttet werden, als bey stetiger nothwendiger Nachhülfe unumgänglich nothwendig ist!

Nun ist aber bey einer Brücke, auf welcher sich außer dem Fußsteig noch 2 Wägen neben einander ausweichen können, jene größte Last höchstens 400 Centner; und diese vertheilet sich immer über ihre neben einander liegende Straßenbäume, und auf die Landerhölzer, welche bey dieser Art von Brücken mit dem Fahrgang, immer gleichzeitige Veränderungen erleiden.

Können daher diese in Summa auf 9 Stück angeschlagen oder erachtet werden, §. 16. I.; so trift auf einen in den andern von jener Last 45 Centner.

Da ferner die Last, welche die Bögen der Brücke zu biegen vermag, immer ihre Hälfte afficiret, so finden die afficirten Straßenbäume an den Querschwellen der Bögen, und an den Windruthen, auf welchen sie liegen, ihre Ruhepunkte; sie finden ohne Rücksicht auf die Windruthen, bey einer Brücke von (m) Feldern, immer $\frac{1}{2}m + 1$ Ruhepuncte, deren einer von dem andern höchstens 20 Fuße entfernet ist (VI.).

Für eine Brücke von 8 Schwellenfeldern vertheilet sich also die Last von 45 Centnern, auf 5 Ruhepuncte; und es ist daher eben so viel, als ob der Straßenbaum in einer Länge von 20 Fußen, mit einer Last von $\frac{45}{5}$ oder 9 Centnern belastet wäre, wenn man auch die Stellen, in welchen die Straßenbäume auf den Windruthen aufliegen, nicht in Anschlag bringen wollte.

Es ist daher der Fahrgang der Bogen-Brücken immer als eine gewöhnliche Joch-Brücke anzusehen, deren Joche nur 12 bis 20 Fuße von einander

ander entfernet sind; weil die Schwellen der Bögen, welche die Stelle der Joche rücksichtlich des Fahrganges vertretten, höchstens nur 12 bis 20 Fuße von einander abstehen können.

Nun nimmt man aber der Erfahrung zufolge zu Joch-Brücken, deren Joche 40 Fuß Abstand haben, gewöhnlich Straßenbäume zu 12 Zoll Vierung; und ein solcher Straßenbaum bieget sich, nach §. 16., unter einer Last von 3247 Pfunden, um $2\frac{2}{3}$ Zolle; er bieget sich daher auch unter einer Last von 11 Centnern, nur um $\frac{8}{15}$ Zolle.

Wenn daher auch eine Brücke von 9 Straßenbäumen, eine Last von 11.9 oder 99 Centnern passiret, so würde sie die Straßenbäume derselben erst um $\frac{8}{15}$ Zolle in ihrer Mitte biegen; und die Schwingung, in welche dadurch der afficirte Theil der Brücke geräth, wurde bisher als unbedeutend gehalten, weil die Brücken nach diesem Maßstab angelegt, seither Dienste thaten.

Wären nun die Joche nur 20 Fuße von einander entfernet, so würde jene Biegung noch 8mal kleiner seyn, oder es würden sich ihre Straßenbäume unter jener Last nur um $\frac{1}{15}$ Zolle; sie würden sich selbst unter einer Last von 400 Centnern nur um $\frac{4}{15}$ Zolle biegen; und deswegen die Partial-Schwingungen des Fahrganges nur halb so groß als bey jenem seyn, welchem eine Last von 99 Centnern passiret.

Würden daher für den Fahrgang der Bogen-Brücken, nach der Enge ihrer Schwellen nur 9 bis 10zollige Straßenbäume genommen, so würden sie bey derselben die nemlichen Dienste leisten, welche die 12zolligen bey den gewöhnlichen Joch-Brücken verrichten! Es würde

dadurch

dadurch der Fahrgang im Ganzen um $\frac{1}{3}$ bis $\frac{7}{18}$ leichter, mithin auch das statische Setzen, und mit diesem zugleich der Seitendruck, in diesem Verhältniß geringer.

Eben so verhält es sich auch mit der Bekiesung der Brücke! Es ist dieselbe für sie geeignet, wenn sie nicht mächtiger ist, als daß sie während die Einschnitte der Räder immer ausgefüllt werden, nicht durchgefahren werden kann, so daß die Radschienen die Deckblanken berühren müßten.

Insbesondere muß die Bekiesung bey Brücken nicht übertrieben werden, deren Curven bey einer großen Oeffnung nur eine schwache Biegung erhalten konnten: weil die Schenkel solcher Bögen sich um so leichter gerade, oder wohl gar hohl biegen; wornach die Curven selbst immer stärker conchoidal oder muschelartig werden. S. 161.

Bestimmung der Sehnen der Bögen für Brücken von mehrern Oeffnungen.

IX. Soll eine hölzerne Bogen-Brücke über einen Fluß gesprengt werden, nach dessen Breite sowohl, als nach der möglichsten Erhöhung ihrer Chaussee-Dämme (II.) sie mehrere Oeffnungen erhalten müßte, so gehet bey derselben die Begründung der Stellen der Widerlager, so wie die Ausmittlung der möglichsten Erhöhung der Chaussee-Dämme jeder andern Erwägung voran.

Man erhält durch erstere die hydrometrische Breite des Flußes in dem senkrechten Abstand der Façen ihrer Widerlager; und durch letztere die Erhebung der Schei-

 tel

tel der Brücken-Bögen über den höchsten Wasserstand des Flußes, oder die Höhe der Brücken-Bögen.

Man schreitet nachgehends für die in (IV. V.) angeführte Versuche vor, und findet durch dieselbe die möglichst größte Biegung, welche die vierkanntig zugehauenen Balken, aus welchen die Curven geschifftet werden sollen, erleiden, und mit derselben auch den Krümmungs-Halbmesser der einzelnen Bögen, so wie die Oeffnung der Bögen selbst!

Bezeichnet der Buchstabe (ϱ) den Krümmungs-Halbmesser, M die Oeffnung, und C die Höhe der Brücken-Bögen, so ist nemlich die Gleichung für den Kreis

$$2\varrho C - C^2 = \tfrac{1}{4}M^2; \text{ also } M = 2 . \sqrt{C.(2\varrho - C)}.$$

Man habe z. E. bey jenen Versuchen gefunden, daß die aus den stärksten Stämmen auf 14 Zolle zugehauenen Balken sich in einer Länge von 50 Fußen, noch bis auf 2 Fuß höchstens biegen lassen; so ist für sie der Krümmungs-Exponent $= \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$; mithin ihr Krümmungs-Halbmesser

$$\varrho = \frac{25^2 + 4}{2 . 2} = \frac{629}{4} = 157\tfrac{1}{4} \text{ Fuße.}$$

Auch habe man befunden, daß die Höhe der Bögen der Brücke höchstens 10 Fuße seyn könne.

Für diese Brücke ist also $\varrho = 157\frac{1}{4}$; $C = 10$; also
$$M = 2 . \sqrt{10 . (314\tfrac{1}{2} - 10)} = 110{,}36 . \text{ Fuße.}$$

Könnte man also den Bögen diese Oeffnung geben, so wäre man ganz gewiß, daß ihre Bögen die möglichst größte Tragbarkeit hätten, welche sie nach der Stärke und den physischen Eigenschaften ihrer Balken haben können; und es bleibt deswegen Maxime, sich an diese

Oeff-

Oeffnung bey den fernern Bestimmungen, so viel möglich ist, zu halten!

Nun sey aber die hydrometrische Breite des Flußes 698 Fuße; dividirt man in diese mit der vorläufig gefundenen Oeffnung von 110 Fußen in dieselbe; so findet sich, daß die Brücke 6 Bogen, mithin auch 5 Joche, haben müßte.

Rechnet man nun auf ein Joch 4 Fuße Profil, so geben die Profile aller, 4 . 5 oder 20 Fuße; setzt man nun indessen die wirkliche Oeffnung, welche die Bögen erhalten können, $= X$; so ist

$$6X + 20 = 698; \quad \text{also } X = 113 \text{ Fuße.}$$

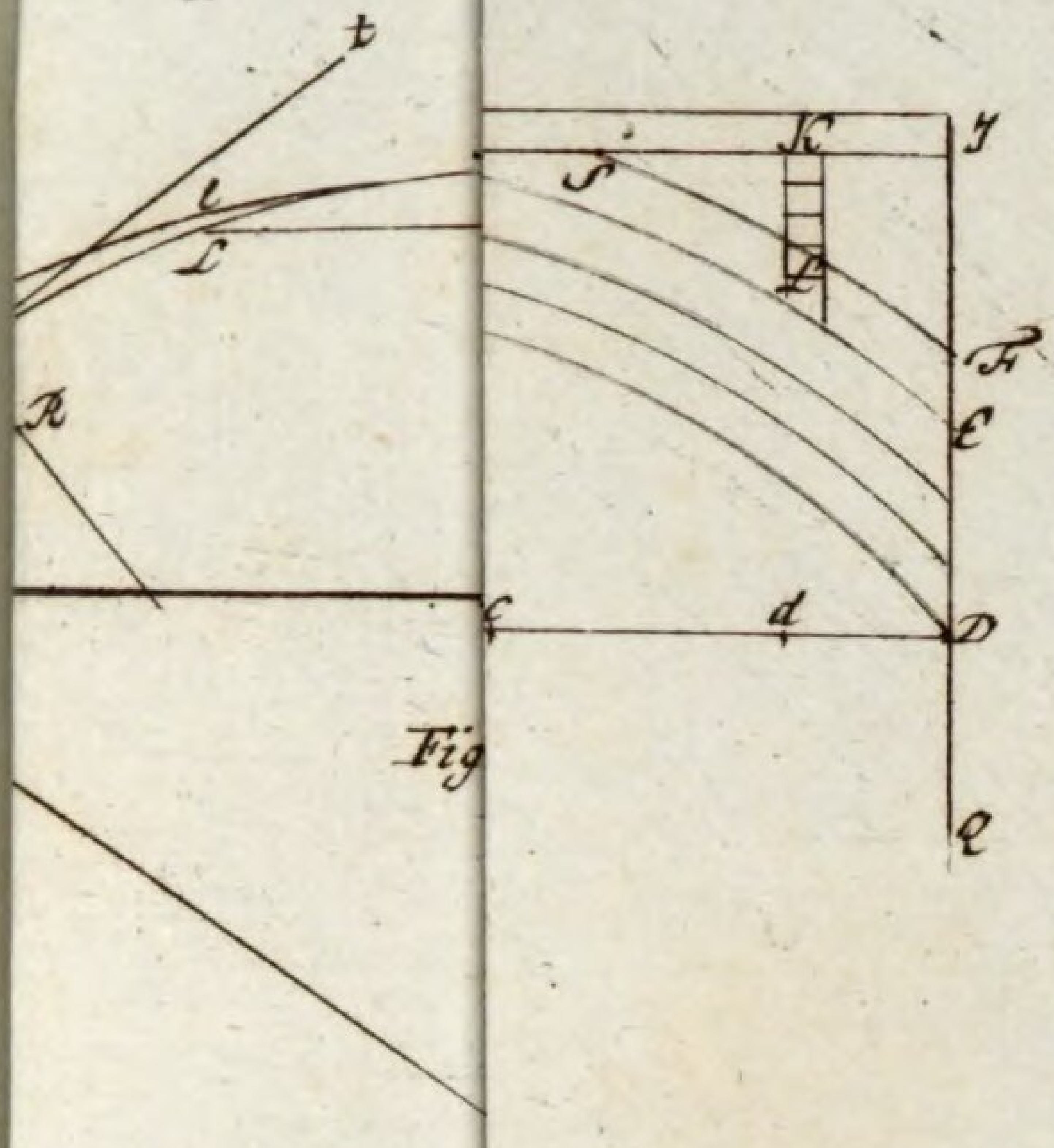
Es müßte also bey dieser Brücke jeder Bogen eine Oeffnung von 113 Fußen erhalten; und es würde daher auch die Tragbarkeit der Bögen dieser Brücke, zu der größten, welche sie haben könnten, sich

$$\text{wie } \frac{1}{110^3} : \frac{1}{113^3} = 1442 : 1331 \text{ verhalten;}$$

oder die Tragbarkeit der Brücke würde $\frac{1331}{1442}$ ihre größtmöglichste seyn.

Ich beschließe mit diesem die statischen Betrachtungen über hölzerne Bogen-Brücken; und werde diese Untersuchungen in der Folge auch auf die Häng- und Sprengwerke und insbesondere auf eiserne Brükken ausdehnen.

Bayerische
Staatsbibliothek
München



Fig

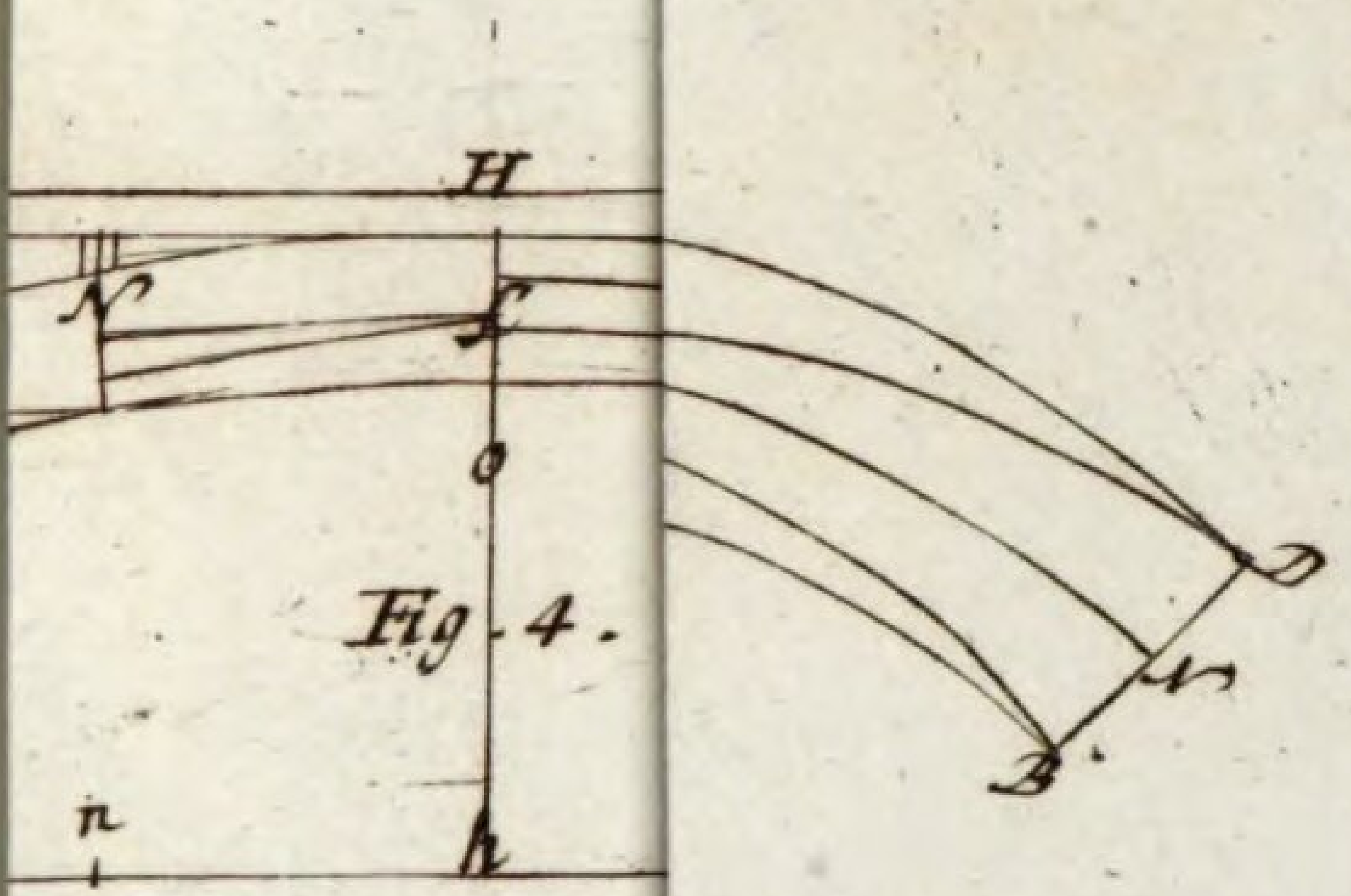
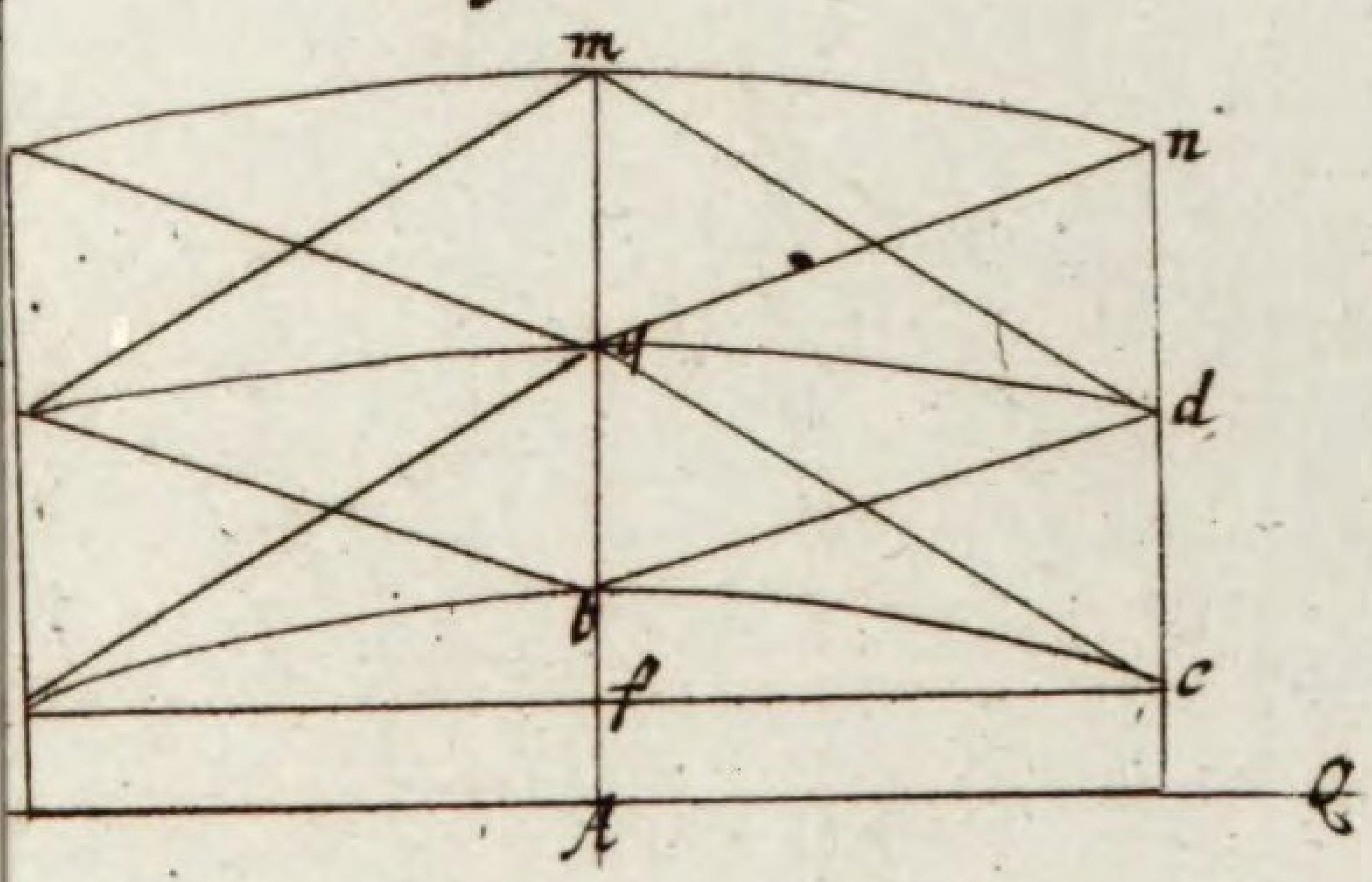


Fig. 4.

Fig. 8.



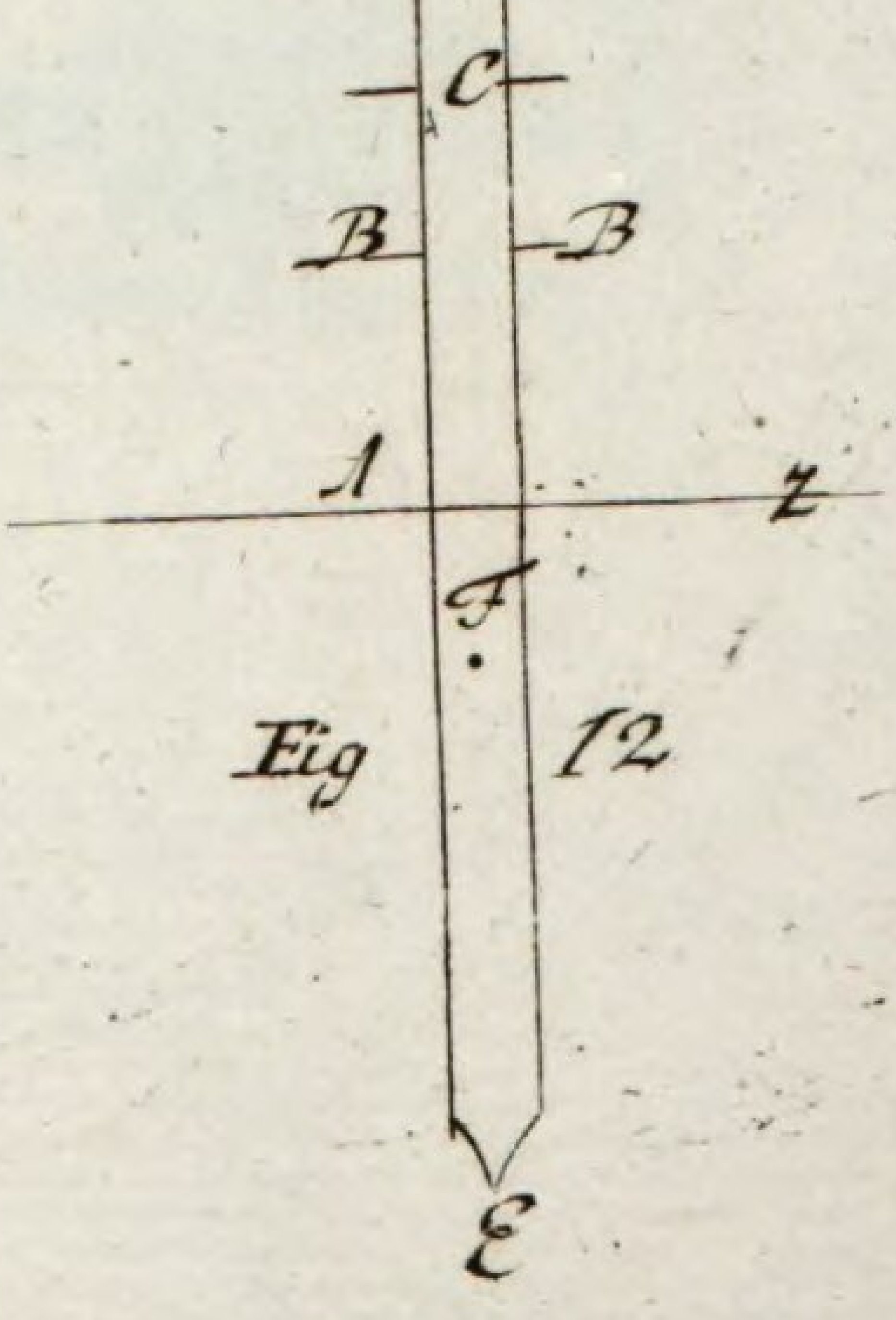


Fig 12

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Späth, Johann Leonhard,

Statik der hölzernen Bogen-Brücken nach der Construction des Königlich-Baierischen Geheimen-Raths und General-Directors des Wasser- Brücken- und Straßen-Baues Herrn Carl Friedrich von Wiebeking. Mit 1. Kupfertafel

München 1811

Bibl.Mont. 3699
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10723456-6